



ENiM

*Égypte Nilotique et Méditerranéenne*

Équipe Égypte Nilotique et Méditerranéenne  
UMR 5140 « Archéologie des Sociétés Méditerranéennes »  
Cnrs – Université Paul Valéry (Montpellier III)

---

**Fausse position et heuristique au Moyen Empire**  
**Jérôme Gavin et Alain Schärlig**

---

**Citer cet article :**

J. Gavin, A. Schärlig, « Fausse position et heuristique au Moyen Empire », *ENiM* 8, 2015, p. 113-132.

---

**ENiM – Une revue d'égyptologie sur internet** est librement téléchargeable depuis le site internet de l'équipe « Égypte nilotique et méditerranéenne » de l'UMR 5140, « Archéologie des sociétés méditerranéennes » : <http://recherche.univ-montp3.fr/egyptologie/enim/>

# Fausse position et heuristique au Moyen Empire

Jérôme Gavin et Alain Schärli

Collège Voltaire, Genève, et Université de Lausanne

**J**OUONS CARTE sur table : nous ne sommes pas égyptologues mais mathématiciens. Notre domaine est l'histoire du calcul. Et nous avons beaucoup étudié la méthode de la fausse position, qui a permis de résoudre les problèmes du premier degré pendant plus de trois mille ans. Connue des Anciens Égyptiens dès le début du deuxième millénaire, elle n'a disparu de nos contrées qu'au 17<sup>e</sup> siècle de notre ère, évincée par l'algèbre <sup>1</sup>.

Ce sont ses débuts dans l'ancienne Égypte qui vont nous intéresser dans un premier temps. Il n'est plus contesté qu'elle est présente dans le papyrus Rhind ; et les auteurs admettent généralement qu'elle est visible dans le papyrus 6619 de Berlin. Mais il semble avoir échappé à tous qu'elle s'inscrivait alors dans un processus plus large : une démarche heuristique, propre à cette civilisation, qu'on peut notamment mettre en relief dans quelques problèmes du papyrus Rhind et du papyrus de Moscou.

## La fausse position

Rappelons d'abord en quoi consiste la méthode de la fausse position, qui a permis de résoudre les problèmes qui sont *pour nous* du premier degré, sans recourir à l'algèbre, pendant des millénaires.

1. On choisit pour la valeur cherchée un nombre pratique, mais dont on sait qu'il a toutes les chances de se révéler faux ; c'est la « fausse position » ;
2. on calcule une preuve, qui ne donne de ce fait, et sauf exception, pas le résultat escompté ;
3. et on applique une règle de trois à la valeur « fausse » de départ, au résultat « faux » obtenu, et au résultat qu'on devrait trouver ; et cela fournit la valeur exacte.

Cette dernière démarche repose sur un raisonnement de proportionnalité : « si la valeur que j'ai choisie me donne le résultat que j'ai trouvé, quelle valeur me donnera le résultat que je dois trouver ? ». Il s'agit donc d'une méthode directe, et non d'un procédé par approximations successives comme on pourrait le croire à première vue.

---

<sup>1</sup> J. GAVIN, A. SCHÄRLIG, *Longtemps avant l'algèbre, la fausse position*, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, 2012. *Id.*, « Der falsche Ansatz im Wandel der Zeiten », dans R. Gebhardt (éd.), *Arithmetik, Geometrie und Algebra der frühen Neuzeit*, Actes du colloque éponyme, Adam-Ries-Bund e.V., Annaberg-Buchholz, 11-13 avril 2014, p. 167-174.

## Foin de l'algèbre !

Il nous faut d'autre part nous arrêter quelques instants, avant d'entrer dans le vif du sujet, sur une tournure d'esprit moderne, influencée par l'omniprésence de l'algèbre dans la résolution des problèmes, et qui comporte un réel danger lorsqu'on analyse les calculs des anciens.

Pour les gens de notre époque, la résolution d'un problème tant soit peu délicat passe en effet quasi exclusivement par l'algèbre. Et cela nous incite, par une sorte de réflexe, à traduire systématiquement sous forme d'équations les problèmes que nous rencontrons. Pour le meilleur, mais aussi pour le pire...

Le pire se présente lorsque nous sommes confrontés à un problème datant d'il y a longtemps, par exemple de la période égyptienne qui nous intéresse ici. Pour un chercheur moderne, il est certes légitime de commenter un tel problème *à ses contemporains* en recourant à l'algèbre, que ce soit pour le décrire ou pour le résoudre. Car l'algèbre est aujourd'hui le moyen universel de communication en matière de calcul. Mais il est en revanche dangereux de pratiquer ainsi lorsqu'on veut *comprendre comment s'y prenaient* les Anciens Égyptiens pour résoudre ce même problème. Car l'algèbre, dans la tête du chercheur, inhibe alors sa capacité à décortiquer pas à pas le calcul du scribe. Or ce n'est pas le problème lui-même qui intéresse l'historien du calcul, mais la manière qu'avaient les anciens de le résoudre... sans algèbre. On en verra quelques illustrations par la suite.

## Les quatre problèmes du papyrus Rhind

Ce papyrus – qui porte le nom de son premier propriétaire identifié, Alexander Henry Rhind – est conservé au British Museum à Londres<sup>2</sup>. Il est daté de 1550 environ avant notre ère, ce qui correspond à la fin de la Deuxième Période intermédiaire, mais son auteur déclare au début du texte qu'il s'agit de la copie d'un ouvrage plus ancien, composé sous le règne du roi Amenemhat III, et donc sous la XII<sup>e</sup> dynastie. Comme on situe ce règne au 19<sup>e</sup> siècle avant notre ère, ces problèmes pourraient dater du début du deuxième millénaire.

Parmi les 87 problèmes *résolus* que comporte le manuscrit, quatre recourent indiscutablement à la fausse position<sup>3</sup>. Les calculs y sont très lisibles, et l'on en suit facilement le déroulement : le scribe choisit une valeur (fausse) ; il calcule de tête le résultat auquel cette valeur aboutirait (c'est le résultat faux) ; puis il applique ce qui était certainement pour lui une recette, mais que nous appelons une règle de trois : il divise le résultat auquel il doit aboutir par le résultat faux, puis il multiplie ce qu'il trouve par la valeur fausse, et trouve le résultat juste. Le recours à la fausse position est ici indiscutable pour l'historien du calcul, comme nous l'avons montré en détail pour deux des quatre problèmes – le 24 et le 26 – dans un ouvrage récent<sup>4</sup>.

<sup>2</sup> T.E. PEET, *The Rhind Mathematical Papyrus*, Liverpool, 1923.

<sup>3</sup> Ils ont reçu les numéros 24 à 27 en 1877, dans l'édition qu'August Eisenlohr, professeur d'égyptologie à l'Université de Heidelberg, a faite du papyrus ; et ils les ont conservés depuis lors.

<sup>4</sup> J. GAVIN, A. SCHÄRLIG, *Longtemps avant l'algèbre, la fausse position*, p. 30-36.

### Le problème 26

Nous choisissons le problème 26, qui est le plus facile à comprendre pour un lecteur moderne.

Il s'agit de trouver un nombre qui, augmenté de son quart, donne 15. Le scribe nous propose d'imaginer que la réponse est 4 et de vérifier : 4 plus le quart de 4 (soit 1) donne 5. Ce n'est pas la bonne réponse, mais cet essai suffit à la trouver par un raisonnement de proportionnalité : si 4 me donne 5, quel nombre me donnera 15 ? Comme 15 est le triple de 5, la réponse est le triple de 4, c'est 12.

C'est aussi simple que cela ! Le recours à la règle de trois – ou à sa recette, pour le scribe – ne serait même pas nécessaire dans ce cas, puisque la proportion est évidente. Le scribe divise néanmoins 15 par 5, trouve 3, puis multiplie 3 par 4, ce qui lui donne 12.

Regardons alors le texte de ce problème 26, afin que chacun puisse en suivre les calculs... en hiéroglyphes (au moins pour ce qui est des nombres). En voici d'abord le texte intégral<sup>5</sup> :

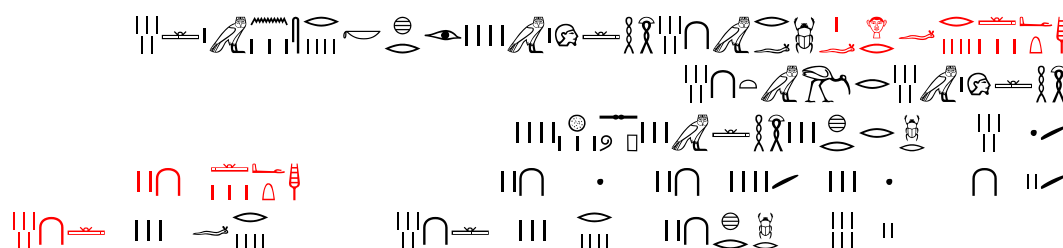


Fig. 1. Le problème 26 du papyrus Rhind.

Il se lit de droite à gauche<sup>6</sup>, et sa première ligne commence par l'énoncé : « [Trouver] une quantité telle que si on lui ajoute son quart elle devient 15 » ; on distingue au début les signes  pour 1/4 et  pour 15 ; puis le scribe pose sa fausse position : « calcule depuis 4, cherches-en le quart, qui est 1, le total est 5 ». Sur l'ensemble de cette première ligne – et toujours de droite à gauche – on peut repérer successivement les nombres évoqués, obtenus ici en effaçant tout le reste :



À la deuxième ligne, le scribe a écrit « calcule à partir de 5 pour trouver 15 » ; ces deux nombres sont facilement repérables :



<sup>5</sup> Nos remerciements à Pierre Meyrat, qui en a fait la mise au net.

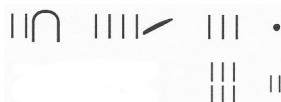
<sup>6</sup> Rappelons qu'en matière de fractions, les Egyptiens ne connaissaient que les quantités, c'est-à-dire pour nous celles qui comportent 1 au numérateur. Et ils les écrivaient en surmontant d'une bouche le nombre qui serait pour nous le dénominateur. La conséquence en est notamment qu'un scribe écrivait 1/4 1/8 ce qui serait pour nous 3/8. Quelques exceptions existaient aussi, pour des fractions très usuelles, qui faisaient l'objet d'un signe particulier : c'était toujours le cas pour 1/2, et occasionnellement pour 1/4, 2/3 et 3/4.



Au début de la troisième ligne apparaît la division de 15 par 5, qui déborde sur la quatrième ligne ; elle est effectuée « à l'égyptienne » : le scribe a écrit côte-à-côte 5 (le diviseur) et 1 (qui est cette fois un point), puis en-dessous il les a doublés, 10 et 2 ; ayant vu que dans sa colonne de gauche il y avait de quoi faire un total de 15 (son dividende), il a marqué les niveaux correspondants, et il s'est arrêté ; il a additionné de tête dans sa colonne de droite les nombres correspondant aux niveaux qu'il avait marqués, et trouvé 3 qui est son quotient. A la suite, sur sa troisième ligne, il a écrit « le résultat est 3, multiplie 3 par 4 » :



Au début de la quatrième ligne et en débordant sur la cinquième, il a effectué cette multiplication, à nouveau « à l'égyptienne » ; il a écrit côte-à-côte 3 et 1, puis doublé (6 et 2), puis encore doublé en se décalant à gauche (12 et 4) ; comme un seul élément de sa colonne de droite suffit à constituer son facteur 4, il a marqué la ligne correspondante, ce qui lui a désigné le résultat, 12 :



Un peu plus à gauche, il a écrit la réponse : 1 fois 12 plus son quart qui est 3 donne 15 :



Il a enfin très consciencieusement écrit une vérification tout à gauche... qui n'est pas très différente de la réponse, 12 plus son quart qui est 3 donne 15 :



### ***Le problème 24***

Celui-ci comporte une proportion un peu moins évidente que le précédent – à la fin il faut appliquer la recette –, ce qui lui vaut de nécessiter un petit calcul :

On propose de trouver un nombre qui, augmenté de son septième, donne 19. Le scribe choisit d'essayer avec 7, et il regarde ce que cela donne : 7 plus le septième de 7 (soit 1) donne 8. Mais il fallait trouver 19. L'auteur applique alors la recette : il divise 19 par 8, et multiplie ce qu'il

trouve par 7, ce qui donne 16,625 <sup>7</sup>.

Laissons cette fois-ci les hiéroglyphes, pour relever un premier « excès d’algèbre » dans le sens de ce que nous avons évoqué précédemment. Couchoud <sup>8</sup> écrit « la façon moderne de traiter ce problème serait la suivante » :

$$7/7 X + 1/7 X = 8/7 X = 19 \Rightarrow X = 19/8 \times 7 ,$$

en quoi elle a parfaitement raison. Mais elle ajoute que « ce calcul est exactement celui que l’Egyptien ancien exécutait »... en quoi nous ne pouvons pas la suivre. Car même si les deux manières de calculer – algébrique et par fausse position – donnent lieu aux mêmes calculs,

$$7 + 1 = 8 \quad 19 : 8 = 2,375 \quad 2,375 \times 7 = 16,625 ,$$

elles ne reflètent pas du tout le même raisonnement. Le fait que ces calculs soient les mêmes tient seulement à la cohérence de l’arithmétique !

### Le problème 1 du papyrus de Berlin

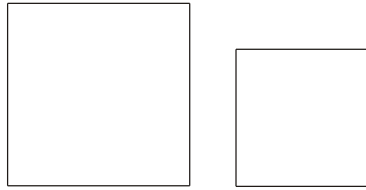
Le papyrus conservé au Neues Museum de Berlin sous le numéro 6619 est constitué de deux fragments principaux, malheureusement tous deux lacunaires. Au recto du plus grand figure le problème qui va nous intéresser à l’instant, qui a reçu le numéro 1 ; et au recto du plus petit se trouve un problème numéro 3, dont il sera question par la suite.

Comme on va le voir, les commentateurs de ce document divergent entre eux sur un certain nombre de points. Et notamment sur l’énoncé du problème... ce qui n’est pas étonnant, puisqu’il a disparu dans une lacune ! Nous convenons donc de choisir une de leurs variantes – celle qui nous semble la plus plausible – dans la présentation que nous faisons en langage moderne. Ce choix n’a pas de conséquences pour notre sujet, car les *calculs* sont parfaitement repérables, et tous les auteurs en donnent le même développement.

Le problème consiste à répartir 100 unités de surface en deux carrés dont les côtés sont dans le rapport de 1 à 3/4. Le scribe nous propose d’imaginer que la réponse est une longueur de 1 pour le côté du grand carré, ce qui entraîne une longueur de 0,75 pour le côté du petit carré.

<sup>7</sup> Dans nos interprétations en langage moderne nous choisissons d’écrire les parties fractionnaires sous forme décimales, comme elles sortiraient d’un calculette électronique. Dans le cas particulier, et en vertu de ce que nous avons dit précédemment, le scribe a écrit  $16 \frac{1}{2} \frac{1}{8}$ .

<sup>8</sup> S. COUCHOUD, *Mathématiques égyptiennes*, Paris, 1993, p. 113.



La somme de leur surface sera donc de  $1^2 + 0,75^2 = 1,5625$ . Il cherche alors la longueur du côté d'un carré ayant cette surface, ce qui l'amène à extraire la racine carrée de 1,5625 ; il trouve 1,25. Ce n'est pas la bonne réponse, car il aurait fallu trouver la racine carrée de 100, qui est 10. Mais cet essai suffit à la trouver par un raisonnement de proportionnalité : si 1 me donne 1,25 qu'est-ce qui me donnera 10 ? Comme 10 est huit fois plus grand que 1,25, la réponse sera huit fois 1, qui est 8 !



Fig. 2. Le problème numéro 1 de Berlin 6619, au recto du plus grand fragment. © Staatliche Museen zu Berlin, Preussischer Kulturbesitz Ägyptisches Museum und Papyrussammlung, dont nous remercions les conservateurs pour nous avoir autorisés à reproduire ce document.

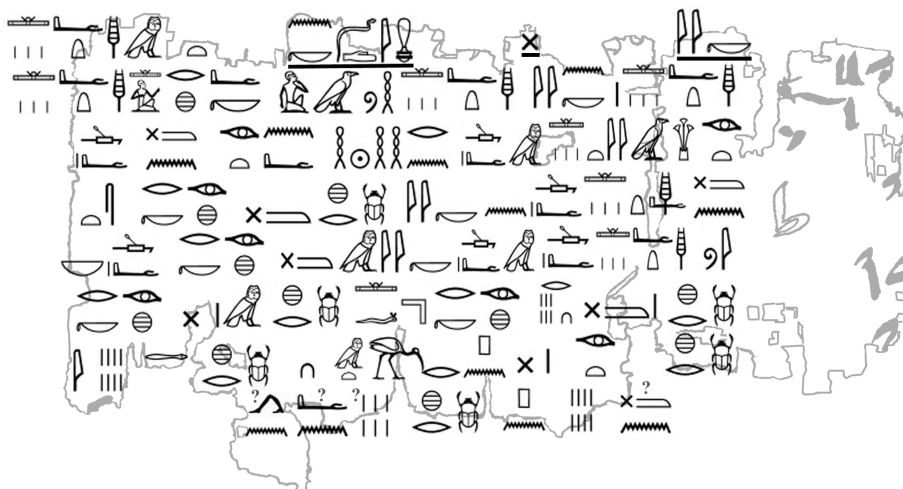


Fig. 3. La transcription du fragment principal par Miatello [2012 p. 162], tirée de son article avec sa permission et celle de la *Zeitschrift für Ägyptische Sprache und Altertumskunde*.

Au contraire des problèmes précédents, le déroulement des calculs nécessite une traduction, notamment du fait de ses lacunes. Nous choisissons celle de Miatello<sup>9</sup>, que nous traduisons en français (les numéros en gras repèrent les lignes de l'original) :

- x+1.** Un autre [... 1/2 ] 1/4 (?) [...] Si on te dit : [...] comme quantité [...]  
**x+2.** une quantité vers l'autre quantité. Fais-moi donc connaître les quantités [...].  
**x+3.** Calcul du rectangle<sup>10</sup> en 1 comme constant, avec le calcul de 1/2 1/4 de 1 [...]  
**x+4.** 1/2 1/4 d'une quantité vers l'autre. Alors 1/2 1/4 découle. Alors tu le calcules [...].  
**x+5.** Une quantité est 1, l'autre est 1/2 1/4, alors tu calcules chacune [...].  
**x+6.** Alors 1 1/2 <1/4> 1/16 découle. Alors tu calcules sa racine carrée. Alors 1 1/4 découle. Alors tu calcules [...].  
**x+7.** [Alors ...] découle. Division de 10 par ce 1 1/4. Alors [la proportion (?)] 8 découle. [...].  
**x+8.** [... 1/2 1/4 de] ce 8. Alors [6 (?)] découle [...].

Notons que le 1/4, écrit entre < > à la ligne x+6, n'a rien à faire là. Il s'agit vraisemblablement d'une erreur de copiste, ce qui est généralement admis. On lit en effet à cet endroit, de droite à gauche :

$$1 \text{ (un bâtonnet)} \quad 1/2 \text{ (}\equiv\text{)} \quad 1/4 \text{ (}\times\text{)} \quad 1/16 \text{ (}\overline{\text{|||||n}}\text{)}.$$

Or comme on le verra par la suite, le contexte incite à se contenter à cet endroit de 1 1/2 1/16 (pour nous 1 9/16, ou 1,5625). Il s'agit en effet de la somme des carrés de 1 d'une part et de 1/2 1/4 de l'autre (ce dernier nombre, qui est pour nous 3/4, a en effet pour carré 9/16, soit en égyptien 1/2 1/16).

### *Le déroulement des calculs*

Transcrits dans notre langage, les calculs qu'on peut lire – ou reconstituer – sur le papyrus ont la forme suivante (les commentaires, en majeure partie de notre cru, sont liés à l'hypothèse que nous retenons sur l'énoncé d'une part, et à la certitude – qui sera documentée par la suite – que le scribe recourt d'autre part à la fausse position).

1. Le scribe choisit une valeur de 1 pour la longueur du côté du plus grand carré ; c'est la fausse position ;
2. il multiplie 1 par 1/2 1/4 (pour nous par 3/4), et cela lui donne la longueur du côté du plus petit carré ;
3. il calcule la surface du grand carré,  $1^2 = 1$  ;

<sup>9</sup> L. MIATELLO, « A Debated but Little Examined Mathematical Text : Papyrus Berlin 6619 », *ZÄS* 139, 2012, p. 162-163.

<sup>10</sup> Comme on le verra par la suite, la question de savoir si l'on cherche un rectangle ou un carré – problème relevant du déchiffrement du texte égyptien, et qui échappe donc à notre compétence – est un des points de divergence majeurs entre les auteurs.

4. puis celle du petit carré,  $(1/2 \ 1/4)^2 = 1/2 \ 1/16$  ;
5. et il en fait la somme, trouvant  $1 \ 1/2 \ 1/16$  ;
6. il calcule alors la racine carrée<sup>11</sup> de cette somme, et trouve  $1 \ 1/4$  ; c'est la longueur du côté d'un carré dont la surface serait la somme des surfaces des deux carrés dans l'hypothèse constituée par la fausse position ; c'est le « résultat faux » ;
7. il calcule ensuite la racine de 100, et trouve 10 ; c'est la longueur du côté d'un carré dont la surface serait la somme des surfaces des deux carrés cherchés ; c'est le résultat juste qu'il faut atteindre ;
8. il divise alors cette longueur juste (10) par la longueur « fausse » ( $1 \ 1/4$ ), et trouve 8 ; la fausse position était donc 8 fois trop petite ;
9. il sous-entend (ou le dit dans une lacune) qu'il multiplie ce 8 par la valeur de départ (la fausse position), soit  $8 \times 1$ , et qu'il trouve ainsi la longueur du côté du plus grand carré ;
10. puis il multiplie  $1/2 \ 1/4$  par 8, et trouve 6, ce qui est la longueur du côté du plus petit carré.

Le scribe obtient ainsi un grand carré dont la surface est  $8^2$  soit 64, et un petit carré d'une surface de  $6^2$  soit 36, le tout faisant bien 100 au total.

On remarque au passage qu'en mettant ces calculs au net de cette manière, on « invente » un nombre 100 qui n'est pas visible sur le papyrus mais qui arrange bien les affaires, et dont on peut penser qu'il figurait dans une lacune. C'est un point sur lequel les quatre auteurs dont il va être question, qui se sont penchés avant nous sur ces problèmes, sont d'accord.

### ***Quel est l'énoncé ?***

Revenons brièvement sur les divergences des auteurs concernant l'énoncé, perdu comme nous l'avons dit dans la lacune. Elles ne tirent pas à conséquence pour nous, puisque ce sont les calculs qui comptent, et qu'ils ne laissent planer aucun doute ; mais il vaut la peine de les passer rapidement en revue.

Schack-Schackenburg<sup>12</sup> émet l'hypothèse que nous avons retenue : il s'agit de répartir 100 unités de surface (qu'il choisit d'appeler des *Quadratellen* en allemand, c'est-à-dire des aunes carrées, tout en constatant que le papyrus est muet sur l'unité de surface utilisée) en deux carrés dont les côtés sont dans le rapport de 1 à  $3/4$ .

Couchoud<sup>13</sup> n'est pas loin de cette hypothèse : « Sont donnés deux rectangles dont la somme des surfaces est égale à 100 ; la relation de proportion liant les deux surfaces<sup>14</sup> est de 1 à  $1/2$

<sup>11</sup> Comme le remarque Miatello (*op. cit.*, p. 169), rien ne permet de penser que les Égyptiens savaient extraire la racine carrée de *n'importe quel* nombre. Le verbe *calculer*, utilisé ici par commodité, est donc peut-être excessif. Savoir par exemple que le carré de 10 est 100, et pouvoir en conséquence dire que la racine de ce dernier nombre est 10, cela n'implique pas qu'on soit capable d'extraire la racine de 99 ou de 101. On penche alors pour l'hypothèse que l'auteur du papyrus disposait d'une table, donnant les carrés d'une certaine quantité de nombres élémentaires.

<sup>12</sup> H. SCHACK-SCHACKENBURG, « Der Berliner Papyrus 6619 », *ZÄS* 38, 1900, p. 137.

<sup>13</sup> S. COUCHOUD, *Mathématiques égyptiennes*, p. 133.

<sup>14</sup> C'est certainement un lapsus : le contexte montre que pour elle cette relation lie les *côtés* des deux rectangles, et non leurs surfaces.

1/4 ». Il ne s'agit donc pas de répartir 100 unités entre deux surfaces comme chez Schack-Schackenburg, mais de dire les dimensions de deux surfaces existantes dont la surface totale est de 100. Cette différence dans l'expression n'est pas significative pour nous, puisque les calculs nécessaires sont les mêmes. Notons qu'on parle ici de rectangles, alors que les calculs – la mise au carré des longueurs des côtés – montrent bien qu'il s'agit de carrés. Il s'agit certainement d'un problème de vocabulaire égyptien, qui nous échappe.

Miatello<sup>15</sup> sort complètement de ce schéma. Pour lui, il ne s'agit « pas de déterminer les côtés de deux carrés, mais deux côtés d'un rectangle » (*not to determine the sides of two squares, but two sides of a rectangle*). Et là, on s'intéresse bien à un rectangle au sens où nous l'entendons, c'est-à-dire avec deux côtés de longueurs différentes. Mais c'est surtout l'interprétation de Miatello qui prête à discussion. Il voit dans le calcul de la somme des carrés des côtés ( $1 \frac{1}{2} \frac{1}{16}$ ), et dans l'extraction de la racine carrée de cette somme ( $1 \frac{1}{4}$ ), la recherche de la diagonale de « son » rectangle par application du théorème de Pythagore ! Il imagine ensuite que le scribe compare cette valeur avec la « vraie » diagonale, qui vaut 10 (mais on ne voit pas où il trouve cette information : elle ne figure ni dans son analyse du texte, page 165, ni dans sa version de l'énoncé), ce qui amène à la division de ce 10 par  $1 \frac{1}{4}$ , et fournit un « facteur de proportionnalité » de 8. Il enchaîne alors avec les derniers calculs de l'algorithme : le 1 de la fausse position est multiplié par 8, ce qui donne la longueur du grand côté ; et ce 8 est multiplié par  $\frac{1}{2} \frac{1}{4}$ , pour nous  $\frac{3}{4}$ , ce qui donne la longueur du petit côté, 6.

Michel<sup>16</sup> enfin rejette l'hypothèse de Miatello, et se rallie à celle des deux carrés, sans trancher s'ils entrent dans le schéma de Schack-Schackenburg ou dans celui de Couchoud.

### ***Fausse position : indiscutable***

Des quatre auteurs retenus, trois reconnaissent le recours à la fausse position... avec plus ou moins de bonheur. Schack-Schackenburg<sup>17</sup>, notamment, évoque la fausse position sous son nom latin – usuel en allemand – de *Regula falsi* ; ce qui témoigne d'une bonne intuition. Mais il le fait maladroitement, en parlant d'une « modification astucieuse » (*eine geschickte Modifikation*) appliquée « à une équation purement quadratique » (*auf die rein quadratische Gleichung*)... ce qui donne à penser qu'il n'avait pas une bonne idée du caractère naturel et ancestral de cette méthode. Miatello et Michel sont du même avis que lui.

Un point est donc acquis : c'est que le scribe a recouru à la méthode de la fausse position. Le fait est indiscutable pour nous, et trois des quatre auteurs retenus sont de cet avis. C'est une information importante pour l'histoire du calcul, car elle fait reculer l'usage documenté de cette méthode en Égypte d'au moins deux siècles : du milieu du 16<sup>e</sup> avec le papyrus Rhind, on passe à une période allant du 20<sup>e</sup> au 18<sup>e</sup> avant notre ère avec ce papyrus de Berlin.

<sup>15</sup> L. MIATELLO, « A Debated but Little Examined Mathematical Text : Papyrus Berlin 6619 », *ZÄS* 139, 2012, p. 164.

<sup>16</sup> M. MICHEL, *Les mathématiques de l'Égypte ancienne, Numération, métrologie, arithmétique, géométrie et autres problèmes*, Bruxelles, 2014, p. 224-226.

<sup>17</sup> H. SCHACK-SCHACKENBURG, « Der Berliner Papyrus 6619 », *ZÄS* 38, 1900, p. 138.

### *... et quelques excès d'algèbre*

Seule Couchoud voit les choses autrement : elle considère que le problème « comporte une équation du second degré ». On se trouve alors là dans un nouveau cas d'« excès d'algèbre » ! En effet : dans l'hypothèse qu'elle retient sur les carrés, il s'agit d'en rechercher deux dont les côtés sont dans la proportion de 1 à 3/4, et dont la somme des surfaces est 100. Si l'on tient à exprimer le problème en algèbre, on peut certes poser  $x$  pour la longueur du côté du premier carré, et obtenir l'équation

$$x^2 + (3/4 x)^2 = 100 .$$

Ce qui est bel et bien une relation *quadratique*. Mais cela ne peut intéresser que les lecteurs contemporains, car l'algèbre était totalement ignorée des Égyptiens, puisqu'elle n'a été inventée et développée que plusieurs millénaires après l'écriture de ce papyrus.

Oublions alors l'algèbre un instant. Si l'on double la longueur du côté du premier carré, la longueur des autres côtés doublera. Si l'on triple cette longueur, la longueur des autres triplera, et ainsi de suite. Dans ce problème les longueurs des côtés des carrés sont proportionnelles. Leur relation est donc *linéaire*, et non quadratique. Et le problème peut parfaitement – comme l'ont vu les autres auteurs – se résoudre par la fausse position.

Michel<sup>18</sup> donne d'ailleurs aussi dans les excès d'algèbre, quoique sans conséquences pour ce qui nous occupe : elle constate la situation de proportionnalité, « qui permet d'appliquer la méthode de la fausse position », ce qui est pour nous l'essentiel ; mais non sans avoir au préalable formalisé le problème sous la forme d'un système de deux équations à deux inconnues, dont une quadratique, ce qui est superflu.

### *Pythagore : non !*

Revenons à l'article de Miatello, et à son rectangle ; et surtout à son théorème de Pythagore. Pour ce qui est du rectangle, l'auteur se fonde sur « une analyse philologique mise à jour » (*an updated philological analysis*) comme il le dit dans un autre article<sup>19</sup>, analyse qu'il détaille dans l'article qui nous intéresse<sup>20</sup> et que nous ne pouvons donc que mentionner puisqu'elle échappe à notre compétence.

Quant au théorème de Pythagore, il est vrai que l'on peut trouver dans le rectangle supposé par Miatello un triangle rectangle avec des côtés de l'angle droit mesurant 6 et 8, et donc une hypoténuse – la diagonale – mesurant 10. C'est un descendant du triangle rectangle le plus célèbre, avec 3 et 4 de côtés et 5 d'hypoténuse, que l'on trouve aussi chez les Babyloniens<sup>21</sup>. Cela impliquerait – et ce serait important pour l'histoire des mathématiques – que les Égyptiens connaissent ce triangle particulier, et *peut-être* par suite le théorème de Pythagore. Mais rien ne prouve que le scribe du papyrus Berlin 6619 ait fait usage de ce théorème dans la résolution de son problème. La réponse est dans l'énoncé... qui a

<sup>18</sup> M. MICHEL, *op. cit.* p. 223-224.

<sup>19</sup> L. MIATELLO, « Transformations of Geometrical Objects in Middle Egyptian Mathematical Texts », *Physis* 48, 2011-2012, p. 1-29.

<sup>20</sup> *Id.*, « A Debated but Little Examined Mathematical Text : Papyrus Berlin 6619 », *ZÄS* 139, 2012, p. 164.

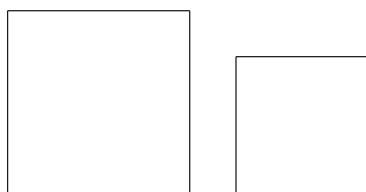
<sup>21</sup> J. GAVIN, A. SCHÄRLIG, *Longtemps avant l'algèbre, la fausse position*, p. 39.

malheureusement disparu dans une lacune !

### Le problème 3 du papyrus de Berlin

L'autre fragment plus ou moins lisible de ce papyrus est plus petit, et encore bien plus lacunaire que le premier. Nous proposons ici une variante inédite, en langage moderne, de son énoncé perdu, variante que nous justifierons dans un deuxième temps.

Le problème consiste à répartir 225 unités de surface en deux carrés dont le côté du plus petit mesure un quart de moins que le côté du plus grand.



Le scribe propose d'imaginer que la réponse est une longueur de 2 pour le côté du grand carré, ce qui entraîne une longueur de 1,5 pour le côté du petit carré. La somme de leur surface sera donc de  $2^2 + 1,5^2 = 6,25$ . Il cherche ensuite la longueur du côté d'un carré ayant cette surface, ce qui l'amène à extraire la racine carrée de 6,25 ; il obtient 2,5. Ce n'est pas la bonne réponse, car il aurait fallu trouver la racine carrée de 225 qui est 15, mais cet essai suffit à trouver cette réponse par un raisonnement de proportionnalité : si 2 me donne 2,5 qu'est-ce qui me donnera 15 ? Comme 15 est six fois plus grand que 2,5 la réponse sera six fois 2, qui est 12 !



Fig. 4. Le problème numéro 3, au recto du plus petit fragment de Berlin. © Staatliche Museen zu Berlin, Preussischer Kulturbesitz Ägyptisches Museum und Papyrussammlung.





Fig. 5. La transcription du petit fragment par Miatello [2012 p. 169], tirée de son article avec sa permission et celle de la revue *ZÄS*.

Voici la traduction de ce qui est lisible, due à Miatello<sup>22</sup>, et traduite en français par nos soins. Les numéros en gras repèrent les lignes de l'original.

1. [...] Alors tu calcules la racine carrée [...]  $6 \frac{1}{4}$  [...]
2. [...] ce  $2 \frac{1}{2}$ , en calculant (?) le reste [...]
3. Alors [tu] multiplies [...] par [...]
4. [...] qui est appelé (?) racine carrée [...]
5. [...] 3 à cela, calcul (?) [...]
6. [...] de 12 dit-il, [ce que tu as trouvé est correct (?)].

Pour le peu qu'on peut en tirer, il est *imaginable* – comme l'a fait Schack-Schackenburg<sup>23</sup> – qu'il s'agisse d'une variante du problème précédent. Le scribe y aurait choisi pour fausse position la valeur 2, qui implique une longueur de  $1 \frac{1}{2}$  pour le côté de l'autre carré – respectivement de l'autre côté du rectangle, dans l'hypothèse de Miatello – si les rapports sont les mêmes. Et cela expliquerait la valeur  $6 \frac{1}{4}$ , somme des carrés de 2 et de  $1 \frac{1}{2}$ , et sa racine  $2 \frac{1}{2}$ .

Cette fausse position de 2 pourrait avoir été choisie par le scribe pour montrer qu'on est libre de choisir une valeur autre que 1. Le fait est que l'auteur du papyrus Rhind avait choisi respectivement 7, 2, 4 et 5 pour ses quatre problèmes résolus par la fausse position. Cela confirme au passage – autre information intéressante pour l'histoire du calcul – que dans leurs applications de la fausse position, les Egyptiens ne portaient pas exclusivement de 1 comme certains l'affirment. Nous allons y revenir.

<sup>22</sup> L. MIATELLO, « A Debated but Little Examined Mathematical Text : Papyrus Berlin 6619 », *ZÄS* 139, 2012, p. 169.

<sup>23</sup> H. SCHACK-SCHACKENBURG, « Das kleinere Fragment des Berliner Papyrus 6619 », *ZÄS* 40, 1902, p. 65-66.

Quant au nombre 12, *si* l'analogie avec l'autre problème est avérée, et *si* dans ce dernier la surface à trouver est de 100 unités – mais rappelons que cette valeur n'est elle-même qu'hypothétique – il pourrait révéler que la surface cherchée est 400 : ce 12 serait le côté d'un des carrés, celui de l'autre étant 16, ce qui ferait une surface de  $12^2 + 16^2$ , soit  $144 + 256$ , soit encore 400 (ou dans l'hypothèse du rectangle : les côtés mesureraient 12 et 16, ce qui ferait une hypoténuse de 20).

Mais il reste à trouver un emploi pour le nombre 3, l'un des quatre seuls nombres lisibles dans le document. Miatello<sup>24</sup> constate qu'on ne voit pas ce qu'il viendrait faire là. Et il relève aussi la présence d'un mot signifiant « reste », alors qu'il n'y a pas de soustraction dans les calculs du premier problème. Cela l'amène à envisager que le problème contenu dans ce petit fragment n'est *pas* une variante du premier.

Il découle de tout cela que l'hypothèse de Schack-Schackenburg est peu vraisemblable. Elle a pourtant fait référence jusqu'ici auprès de certains égyptologues. Mais alors, quel était le contenu réel de ce problème 3 ?

### *Un autre énoncé*

Nous proposons de répondre à cette question par une hypothèse plus radicale, ce que nous permet le caractère terriblement lacunaire du document. Pour nous, la présence de la fausse position dans le premier problème est déjà satisfaisante. Mais si l'on pouvait *imaginer* sa présence dans le second, cette fois sérieusement, ce serait encore mieux...

Il faudrait pour cela fabriquer un nouvel énoncé, sous les trois contraintes

1. que le problème ressemble à celui du premier fragment,
2. qu'on voie apparaître les nombres  $6 \frac{1}{4}$ ,  $2 \frac{1}{2}$ , 3 et 12 dans le déroulement des calculs,
3. et qu'il y ait une soustraction en cours de route.

Ce serait par exemple le cas de l'énoncé suivant. Transformer un carré de 225 unités de surface en deux carrés, tels que le côté du plus petit mesure  $\frac{1}{4}$  de moins que le côté du plus grand. La valeur 225 n'est pas plus arbitraire que le 400 envisagé par Schack-Schackenburg ; et la formulation « mesurer  $\frac{1}{4}$  de moins » est équivalente à « mesurer les  $\frac{3}{4}$  » du grand côté... mais c'est là que se situe l'astuce, comme on va le voir. Les calculs auraient alors la forme suivante :

1. le scribe choisit une fausse position de 2 pour la longueur du côté du grand carré (la même que celle imaginée par Schack-Schackenburg) ;
2. le quart de 2 étant  $\frac{1}{2}$ , le côté du petit carré aura pour longueur  $2 - \frac{1}{2}$  soit  $1 \frac{1}{2}$  (voilà une première soustraction) ;
3. le scribe calcule la surface du grand carré,  $2^2 = 4$  ;
4. puis celle du petit carré,  $(1 \frac{1}{2})^2 = 2 \frac{1}{4}$  ;

<sup>24</sup> L. MIATELLO, « A Debated but Little Examined Mathematical Text : Papyrus Berlin 6619 », *ZÄS* 139, 2012, p. 170.

5. et il en fait la somme, trouvant  $6 \frac{1}{4}$  ;
6. il calcule alors la racine carrée de cette somme, et trouve  $2 \frac{1}{2}$  ; c'est le « résultat faux » ;
7. il calcule ensuite la racine de 225, et trouve 15 ; c'est le résultat juste qu'il faut atteindre ;
8. il divise alors cette longueur juste (15) par la longueur « fausse » ( $2 \frac{1}{2}$ ), et trouve 6 ; la fausse position était donc 6 fois trop petite ;
9. il multiplie ce 6 par la valeur de départ (la fausse position), soit  $8 \times 2 = 12$ , et il trouve ainsi la longueur du côté du plus grand carré ;
10. puis il multiplie 12 par  $\frac{1}{4}$ , trouve 3, puis calcule  $12 - 3 = 9$  (c'est une seconde soustraction), ce qui lui donne la longueur du côté du plus petit carré.

Outre la ressemblance avec le premier problème, et la présence de deux soustractions (une seule aurait suffi), on aura vu au passage que les quatre nombres voulus sont présents. Cela ne prouve rien, certes ; mais cela montre que le petit fragment *pourrait* contenir une variante du problème principal. Et donc un recours à la fausse position.

### L'heuristique, à travers quatre problèmes

Il nous semble intéressant de compléter cet article par une réflexion sur l'état d'esprit des scribes qui nous ont laissé ces traces. Car l'analyse d'autres problèmes, notamment de géométrie, contenus et résolus dans d'autres papyrus, et qui ne recourent pas à la fausse position, donne l'impression que leurs auteurs étaient animés par une approche véritablement *heuristique*. Le recours à la fausse position, relevé dans certains calculs des Anciens Égyptiens, serait alors un cas particulier de cette manière de résoudre les problèmes. Et nous aurions tort de voir dans ces développements la simple application d'une procédure, assimilable à l'emploi d'une recette, pour la seule raison que nous identifions dans ces documents un algorithme connu.

#### *Des données fictives*

Vue d'une manière générale, l'approche heuristique que nous pensons avoir décelée consiste à créer des données fictives, et à les manipuler par analogie, dans une structure parallèle à une structure existante. Il s'agit donc d'une réelle forme d'abstraction. Comme on va le voir avec quatre de ces problèmes, cette approche – qui n'est pas un algorithme – est utilisée dans un autre cadre que celui auquel nous sommes habitués. C'est ce recours à des données fictives qui constitue son originalité.

Les deux premiers problèmes qui vont illustrer nos propos figurent dans le *Papyrus mathématique de Moscou*, conservé au Musée d'Etat des Beaux-Arts de cette ville. Ce texte est daté entre 2100 et 1800 avant notre ère, et il a été publié par Struve <sup>25</sup>.

<sup>25</sup> W.W. STRUVE, « Mathematischer Papyrus des staatlichen Museums der schönen Künste in Moskau », dans O. Neugebauer, J. Stenzel, O. Toeplitz (éd.), *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik, Abteilung A: Quellen I*, Berlin, 1930.

### ***Le problème 6 du papyrus de Moscou***

Voici – à nouveau transposé en langage moderne – le premier des deux problèmes qui nous semblent les plus significatifs.

Il s'agit de trouver les dimensions d'une chambre rectangulaire de 12 unités de surface, en sachant que la longueur et la largeur de cette chambre sont dans le rapport de 1 à  $\frac{3}{4}$ .



Le scribe nous propose d'imaginer une chambre de longueur 1, ce qui entraîne une largeur de 0,75. La surface de cette chambre imaginée est donc de 0,75. Ce n'est pas la bonne réponse, car il aurait fallu trouver une surface de 12. Mais cela suffit pour trouver cette bonne réponse, par un raisonnement sur les rapports. Si le rapport entre les aires est 16 ( $12 : 0,75$ ), alors le rapport entre les longueurs sera la racine carrée de 16, soit 4. Les dimensions de la chambre cherchées sont donc quatre fois plus grandes que celles imaginées, soit 4 par 3 !

Dans le papyrus, l'aire de la chambre est donnée sous la forme de 12 *setjat* (c'est une unité de surface), et le rapport de la largeur à la longueur sous la forme de  $\frac{1}{2} \frac{1}{4}$ , soit pour nous  $\frac{3}{4}$ . C'est le contexte qui permet de comprendre qu'il s'agit de déterminer la longueur et la largeur de la chambre. Voici la traduction du problème, due à Miatello<sup>26</sup>, rédigée en anglais et à nouveau traduite en français par nos soins. Elle commence par deux lignes de données, et se poursuit par cinq lignes de calculs.

**D<sub>1</sub>** Si quelqu'un te dit : une chambre de 12 *setjat*

**D<sub>2</sub>**  $\frac{1}{2} \frac{1}{4}$  de la longueur par rapport à la largeur.

1. Alors tu divises 1 par  $\frac{1}{2} \frac{1}{4}$ . Alors il vient  $1 \frac{1}{3}$ .

2. [Multiplie] ce [12], qui est en *setjat*, par  $1 \frac{1}{3}$ . Il vient 16.

3. Alors tu calcules sa racine carrée. Alors il vient 4 pour la longueur.

4.  $\frac{1}{2} \frac{1}{4}$  est 3 pour la largeur.

5. Calcul, comme il vient : [multiplication de 4 par 3].

On voit dans ce texte que le scribe imagine d'abord une chambre de longueur 1, dont la largeur est en conséquence  $\frac{1}{2} \frac{1}{4}$  comme il est dit dans la donnée, c'est-à-dire pour nous  $\frac{3}{4}$ . La surface de cette chambre imaginée est donc de  $\frac{1}{2} \frac{1}{4}$ , ou  $\frac{3}{4}$ . Il aimerait ensuite diviser

<sup>26</sup> L. MIATELLO, « Transformations of Geometrical Objects in Middle Egyptian Mathematical Texts », *Physis* 48, 2011-2012, p. 7.

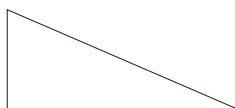
l'aire de la vraie chambre par celle de la chambre imaginée, ce qui correspondrait à diviser 12 par  $3/4$ , pour trouver le rapport entre les deux. Mais au lieu de diviser par  $3/4$  il préfère – c'est son choix et cela revient au même – multiplier par l'inverse de  $3/4$ , qu'il calcule à la ligne 1 et qui est  $1\frac{1}{3}$ . Multipliant 12 par  $1\frac{1}{3}$  à la ligne 2, il trouve 16.

Le rapport entre les aires est donc 16. Mais pour trouver le rapport entre les longueurs (ou les largeurs) des deux chambres, la vraie et l'imaginée, il lui faut prendre la racine carrée de ce rapport. En effet, en termes modernes, les rapports entre les côtés et les aires ne sont pas dans une relation linéaire, c'est à dire proportionnelle, mais dans une relation quadratique. En d'autres termes, c'est la *racine* du rapport des aires qui est égale au rapport des longueurs ou des largeurs entre elles. Voilà pourquoi ce problème ne nous semble pas résolu par la fausse position au sens strict... même si la procédure suivie s'en rapproche beaucoup.

Le scribe calcule la racine de 16 à la ligne 3. On comprend qu'il trouve 4, ce qui lui indique que les dimensions de sa chambre imaginée sont 4 fois trop petites, et qu'il multiplie alors la longueur de sa chambre imaginée (1) par 4, ce qui lui donne la longueur de la vraie chambre. Puis il part de cette valeur 4, à la ligne suivante, en lui appliquant le rapport  $3/4$ , et obtient la vraie largeur, 3. Une preuve figurait peut-être à la ligne 5 : la multiplication de 4 par 3, qui donne bien les 12 *setjat* de la donnée.

### ***Le problème 17 du papyrus de Moscou***

Il s'agit cette fois de trouver les dimensions d'un triangle rectangle, dont la surface est 20, en sachant que la longueur et la largeur de ce triangle rectangle sont dans le rapport de 1 à  $2/5$ .



Le scribe nous propose d'imaginer un triangle rectangle de longueur 1, ce qui entraîne une largeur de 0,4. La surface de ce triangle rectangle, une fois doublée, est donc de 0,4. Ce n'est pas la bonne réponse, car il aurait fallu trouver une surface de 40. Mais cela suffit pour trouver la bonne réponse par un raisonnement sur les rapports. Si le rapport entre les aires est 100 ( $40 : 0,4$ ), alors le rapport entre les longueurs sera la racine carrée de 100, soit 10. Les dimensions du triangle cherché sont donc dix fois plus grandes que celles imaginées, soit 10 par 4 !

Le texte du papyrus donne un rapport de la largeur à la longueur du triangle de  $1/3\frac{1}{15}$ , soit pour nous  $6/15$ , c'est-à-dire  $2/5$  ou encore 0,4. Voici la traduction du problème, due à nouveau à Miatello<sup>27</sup>, et traduite en français par nos soins. Elle débute à nouveau par deux lignes de données.

<sup>27</sup> L. MIATELLO, « Transformations of Geometrical Objects in Middle Egyptian Mathematical Texts », *Physis* 48, 2011-2012, p. 8.

**D<sub>1</sub>** Si quelqu'un te dit : un triangle de surface 20

**D<sub>2</sub>** Selon ce que tu donnes comme longueur, tu as donné  $1/3 \ 1/15$  : c'est la largeur

1. Alors tu doubles 20. Il vient 40.

2. Alors tu divises 1 par  $1/3 \ 1/15$ . Alors il vient  $2 \ 1/2$  fois.

3. Alors tu multiplies 40 par  $2 \ 1/2$ . Alors il vient 100.

4. Alors tu calcules la racine carrée. Alors il vient 10. Regarde, 10 est la longueur.

5. Alors tu multiplies  $1/3 \ 1/15$  par 10. Alors il vient 4. Regarde, 4 est sa largeur, ce que tu as trouvé est juste.

À la deuxième ligne de la donnée, on comprend que le scribe imagine la « longueur » de son triangle (pour nous le grand côté de son angle droit) comme valant 1 ; ce qui lui donne une « largeur » (le petit côté de l'angle droit) de  $1/3 \ 1/15$ , soit pour nous  $2/5$ . Il commence alors, à la ligne 1 des calculs, par doubler le triangle qu'il doit trouver, pour en faire un rectangle dont la longueur et la largeur sont égaux aux côtés de l'angle droit du triangle à trouver. Ce rectangle a donc une surface de 40.

Cet artifice lui permet d'appliquer la procédure qu'il a développée au problème 6. Son rectangle imaginé a une longueur de 1, et une largeur de  $1/3 \ 1/5$  soit pour nous  $2/5$ . Au lieu de diviser 40 par  $2/5$  pour obtenir le rapport des aires, entre le rectangle cherché et celui qu'il a imaginé, il préfère multiplier par l'inverse, qu'il calcule à la ligne 2 : divisant 1 par  $1/3 \ 1/5$ , soit pour nous par  $2/5$ , il trouve  $2 \ 1/2$ . Multipliant 40 par ce rapport à la ligne 3, il trouve 100. Il en prend la racine à la ligne 4, et trouve 10. On comprend qu'il multiplie la longueur du rectangle imaginé (1) par 10, ce qui lui donne la longueur du vrai rectangle (et donc du grand côté de l'angle droit du triangle). Il applique ensuite, à la ligne 5, le rapport de  $2/5$  à cette valeur, trouve 4, et déclare que c'est la largeur du rectangle (c'est aussi la longueur du petit côté du triangle).

La procédure suivie par le scribe est la même qu'au problème précédent. Il n'y a rien à ajouter : il n'applique pas vraiment la fausse position, puisque son problème a un caractère quadratique ; mais il n'en est pas loin.

### ***Le problème 21 du papyrus Rhind***

Les deux autres problèmes que nous choisissons, pour illustrer notre propos sur la démarche heuristique, sont empruntés au papyrus Rhind. Le problème 21, présenté à nouveau en langage moderne pour commencer, a la teneur suivante.

Il s'agit de trouver la fraction qu'il faut ajouter à  $2/3 + 1/15$  pour obtenir 1. Le scribe transforme ce problème en multipliant chacune des données par 15. Le nouveau problème consiste alors à trouver le nombre qu'il faut ajouter à  $10 + 1$  pour obtenir 15. La réponse à ce problème parallèle est élémentaire : c'est 4. Il trouve ensuite la réponse au problème de départ en divisant simplement par 15 la réponse du problème parallèle. Cela donne  $4/15$ .

On peut suivre tout cela dans la transcription en hiéroglyphes<sup>28</sup> :

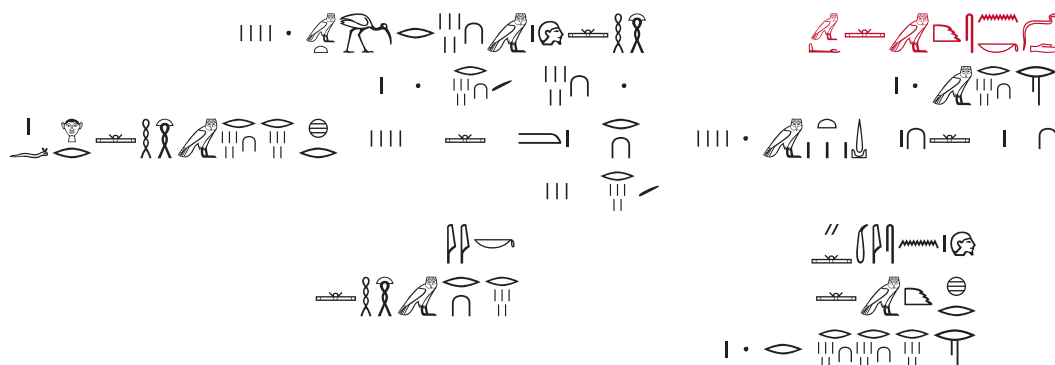


Fig. 6. Le problème 21 du papyrus Rhind.

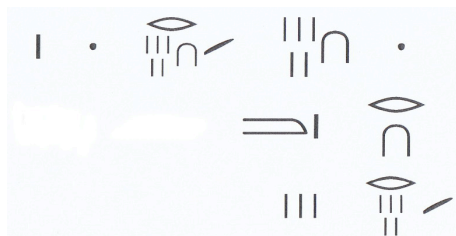
Après l'énoncé, au début de la ligne 2,



on voit au début de la ligne 3 que le scribe crée un problème parallèle, consistant à viser non pas 1 mais 15 : à la question «combien faut-il ajouter à  $\frac{2}{3}$  (sous-entendu *de un*) plus  $\frac{1}{15}$  (sous-entendu *de un*) pour atteindre 1 ? » il substitue le problème « combien faut-il ajouter à  $\frac{2}{3}$  *de quinze* plus  $\frac{1}{15}$  *de quinze* pour atteindre 15 ? » :



Ayant trouvé 4, écrit ici à gauche, il effectue – sans le dire – un raisonnement de proportionnalité qui l'amène à effectuer la division « à l'Égyptienne » de 4 par 15... dans un ordre un peu aléatoire, mais qui lui permet néanmoins de trouver  $\frac{1}{5}$   $\frac{1}{15}$  :



<sup>28</sup> Les transcriptions qui suivent sont elles aussi dues à Pierre Meyrat.

On remarque enfin qu'en bon pédagogue, il conclut par une preuve avant de répéter la réponse : il aligne les fractions par ordre de grandeur décroissante de droite à gauche, mais on y repère facilement  $2/3$  et  $1/15$  (de la donnée), plus  $1/5$  et  $1/15$  (la réponse proposée), qui font bien au total 1 :



On est à nouveau en présence d'une approche heuristique de la solution : moyennant une audacieuse substitution, notre scribe parvient en deux coups à sa solution.

### *Le problème 22 du papyrus Rhind*

Le problème voisin dans le papyrus est très semblable : seule une des deux fractions de la donnée en diffère. En langage moderne, il peut s'exprimer de la manière suivante.

Il s'agit de trouver la fraction qu'il faut ajouter à  $2/3 + 1/30$  pour obtenir 1. Le scribe transforme ce problème en multipliant chacune des données par 30. Le nouveau problème consiste alors à trouver le nombre qu'il faut ajouter à  $20 + 1$  pour obtenir 30. La réponse à ce problème parallèle est élémentaire : c'est 9. Il trouve ensuite la réponse au problème de départ en divisant simplement par 30 la réponse du problème parallèle. Cela donne  $9/30$ .

La traduction de l'énoncé appelle exactement les mêmes commentaires que pour le problème précédent : le scribe substitue un énoncé « facile » à l'énoncé d'origine, et parvient ainsi en deux coups à sa solution.

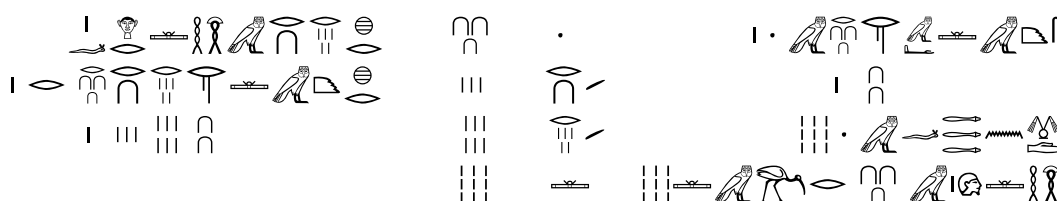


Fig. 7. Le problème 22 du papyrus Rhind.

### *Le syndrome du rétroviseur*

Dans un rétroviseur on voit ce qui est derrière soi, c'est-à-dire le passé. Et quand on s'en sert en plus comme miroir, il s'y ajoute l'image de nous-mêmes, c'est-à-dire le présent.

Avec les réserves d'usage – comparaison n'est que rarement raison – cette métaphore s'applique à notre propos : quand nous regardons dans le passé, en nous intéressant à l'arithmétique des Anciens Égyptiens, nous devons nous garder de superposer notre image du présent à ce que nous étudions. En d'autres termes, il nous faut veiller à ne pas laisser



parasiter ce que nous étudions – notre vision du passé – par des éléments qui relèvent de notre présent.

C'est notamment le cas pour le sujet qui nous occupe : nous devons veiller à ce que le rétroviseur, qui nous permet d'observer dans le passé le calcul des Anciens Égyptiens, ne soit pas parasité par notre présent, en l'occurrence par l'algèbre, omniprésente dès que nous parlons de calcul.

Jetons alors un regard en arrière... mais cette fois à très court terme, sur ce qui vient d'être dit dans ces pages. On constate que pas une seule fois, il n'a été nécessaire de recourir à l'algèbre pour résoudre ces problèmes. Et pourtant, la tentation était forte. Bien plus : parce que nous avons résisté à cette tentation, nous pouvons admirer sous nos yeux une véritable approche originale des calculateurs égyptiens !

## Conclusion

Notre manière de commenter les problèmes qui précèdent devrait l'avoir montré : c'est notre trop grande propension à l'abstraction qui nous empêche de voir l'originalité des calculateurs égyptiens dans leur approche mathématique, et de percevoir qu'elle est une manière *heuristique* de s'attaquer aux problèmes. Le scribe n'applique pas une recette : au contraire, il prend contact avec son problème – il l'apprivoise – en recourant à une donnée fictive, dont il sait qu'il va devoir la modifier par la suite. Et ce n'est pas du tâtonnement classique, le procédé très mal vu de nos jours, auquel les enseignants font la chasse. Il ne s'agit pas de trouver la solution « au bol » ou « à la louche ». Et si l'on veut tout de même y voir du tâtonnement – cela devient une question de vocabulaire –, alors c'est un tâtonnement intelligent, utile et fécond, qui conduit au but de façon spectaculaire.

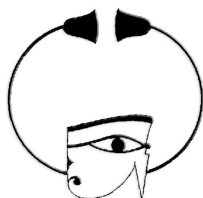
## Résumé :

Les Anciens Égyptiens ont développé des procédés originaux et simples pour résoudre de nombreux problèmes mathématiques. Mais pour le comprendre, il faut se détacher de l'approche algébrique moderne. Nous rappelons d'abord qu'ils connaissaient la méthode de la fausse position. Cela ressort non seulement de quatre problèmes du papyrus Rhind, mais aussi de deux problèmes plus anciens contenus dans le papyrus 6619 de Berlin (nous proposons pour l'un d'eux un nouvel énoncé). Et nous montrons ensuite, à travers quatre problèmes – deux du papyrus de Moscou et deux du papyrus Rhind – que ce procédé s'inscrivait dans un processus heuristique beaucoup plus large.

## Abstract:

The ancient Egyptians developed original and simple methods to solve many mathematical problems. But to understand this, one must be careful not to project our own algebra system backwards in time. First, we point out that they knew the false position method, as is demonstrated not only by four problems in the Rhind papyrus, but also by two more ancient problems from papyrus Berlin 6619 (we propose a new wording for one of them). Second, we highlight by means of four problems – two from the Moscow papyrus and two from the Rhind papyrus – that this method was part of a much larger heuristic process.

**ENiM – Une revue d'égyptologie sur internet.**  
<http://recherche.univ-montp3.fr/egyptologie/enim/>



ISSN 2102-6629