Équipe Égypte Nilotique et Méditerranéenne
UMR 5140 « Archéologie des Sociétés Méditerranéennes »
Cnrs – Université Paul Valéry (Montpellier III)

Les pyramides dans les problèmes mathématiques égyptiens

Franck Monnier

Citer cet article :

Franck Monnier, « Les pyramides dans les problèmes mathématiques égyptiens », *ENiM* 12, 2019, p. 233-246.

Les pyramides dans les problèmes mathématiques égyptiens

Franck Monnier

LES PYRAMIDES [1] égyptiennes font couler énormément d'encre. C'est une évidence. Dans ce flot de discussions et de controverses, il est fait grand cas des connaissances techniques et scientifiques des anciens constructeurs, alors que, il faut bien l'admettre, la documentation subsistante est plus que laconique à ce sujet [2]. Qui veut dépeindre les connaissances mathématiques et la manière dont furent conçus ces monuments doit recourir à une avalanche d'hypothèses, si ce n'est user de son imagination seule. Les papyri de Rhind [3] (BM 10057-58) et de Moscou [4] (n° 4676) offrent un petit aperçu des connaissances mathématiques dont disposaient les Égyptiens de la fin du Moyen Empire. Ils constituent à eux seuls la part très majoritaire du corpus des problèmes mathématiques égyptiens connus [5]. De nombreux énoncés d'exercices suivis de leur résolution y sont exposés, six d'entre eux étant liés aux dimensions et aux proportions de pyramides. Ceux-ci sont rarement intégrés aux débats entourant ces édifices en raison de leur datation. Certains les estiment même trop rudimentaires pour être significatifs des connaissances scientifiques liées à ce type d'architecture [6].

Le but de cet article n'est pas d'analyser une nouvelle fois les textes. Les traductions et commentaires sont déjà nombreux et, à cet instant, hormis quelques commentaires lexicographiques, nous ne pensons pas avoir quoi que ce soit de notable à ajouter à ce dossier. Il s'agit avant tout d'interpréter les problèmes au regard de l'état de l'archéologie et de tirer un enseignement sur l'origine possible des données employées.

---

[1] Il m'est agréable de remercier Marianne Michel qui a eu la gentillesse de relire le manuscrit de cet article et de m'autoriser à y reproduire quelques-unes de ses illustrations.

[2] L'Ancien Empire n'a livré aucun document. Nous invitons le lecteur à lire C. ROSSI, *Architecture and Mathematics in Ancient Egypt*, Cambridge, 2003 où l'auteure analyse les liens et conjectures pouvant être dressés entre les pyramides et les connaissances mathématiques.

[3] T.E. PEET, *The Rhind Mathematical Papyrus, British Museum 10057 and 10058. Introduction, Transcription, Translation and Commentary*, Londres, 1923, A.B. CHACE, H.P. MANNING, R.Cl. ARCHIBALD, *The Rhind Mathematical Papyrus, British Museum 10057 and 10058*, 2 vol., Berlin, 1927-1929 ; G. ROBINS, C. SHUTE, *The Rhind Mathematical Papyrus. An Ancient Egyptian Text*, Londres, 1987.

[4] V.V. STRUVE, B.A. TURAEFF, « Mathematischer Papyrus des Staatlichen Museums der Schönen Künste in Moskau », dans O. Neugebauer, J. Stenzel, O. Toeplitz (éd.), *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik*, *Abteilung A : Quellen*, Bd 1, Berlin, 1930.

[5] Il faut aussi mentionner le rouleau de cuir BM 10250, les fragments d'El-Lahoun et le papyrus Berlin 6619. On consultera principalement M. MICHEL, *Les mathématiques de l'Égypte ancienne*, Bruxelles, 2014, A. IMHAUSEN, *Ägyptische Algorithmen Eine Untersuchung zu den mittelägyptischen mathematischen Aufgabentexten*, Wiesbaden, 2003, et R.J. GILLINGS, *Mathematics in the Time of the Pharaohs*, New York, 1972.

[6] J.-Cl. GOYON, *Le secret des bâtisseurs des grandes pyramides. Khéops*, Paris, 1990, p. 97. J.-Ph. Lauer (*Le mystère des pyramides*, Paris, 1988, p. 229) lui-même ne leur accordait que peu d'importance dans ce débat.

Terminologie des pyramides dans les problèmes

Il importe en premier lieu de souligner l'écueil lorsque nous associons notre propre lexique et celui des anciens Égyptiens pour tenter d'interpréter les entités décrites dans les énoncés. À titre d'exemple, le terme « pyramide » est très symptomatique de ce qui peut conduire à une mésinterprétation de certains des problèmes en liste.

L'origine du mot est discutée de longue date. Aujourd'hui, nous l'entendons comme « toute structure rappelant par sa forme une pyramide » [7]. Il vient du grec πυραμίς (*pyramis* en latin) dont la signification a fait l'objet de nombreuses hypothèses plus ou moins bien fondées [8]. Selon certains [9], il pourrait tirer son origine de la comparaison avec la forme conique d'un gâteau à base de froment (lui aussi appelé πυραμίς [10]), et selon d'autres, de celle avec une flamme (alors dérivé de πυρ, « feu »), hypothèse renforcée par un extrait du *Timée* de Platon, écrit au 4e siècle av. J.-C., dans lequel le feu en tant qu'élément est associé à cette forme géométrique [11]. Hérodote, au 5e siècle avant notre ère, semble être le premier à l'employer pour désigner spécifiquement les gigantesques sépultures érigées par les souverains de la IVe dynastie [12]. Tandis que le mathématicien Euclide, au 4e-3e siècle avant notre ère, qualifie déjà un tétraèdre régulier de pyramide [13]. Avec une étymologie incertaine et un cadre chronologique aussi serré, on pourrait dès lors se demander si ce sont les pyramides égyptiennes qui ont donné leur nom à la figure géométrique ou l'inverse.

Que les Grecs aient hellénisé le démotique *pꞽ mr* comme a pu le proposer Karl Lang il y a près d'un siècle est difficile à soutenir [14]. Pour la rendre convaincante, il faut en effet faire appel à un phénomène de métathèse et à des modifications lexicales qui constituent un certain nombre d'ajustement artificiels fragilisant inévitablement l'hypothèse. Les allochtones pourraient s'être appropriés le terme égyptien *pr-m-ws*, identifié à la hauteur d'une pyramide dans les problèmes du papyrus de Rhind (voir ci-après), pour produire πυραμίς [15]. À moins que plus simplement, celui-ci n'ait inspiré aux voyageurs Grecs d'extraire de leur propre lexique un terme quasi-homonymique qui rappelait dans un même temps la forme de ces monuments. À l'heure actuelle, il demeure difficile de se prononcer en faveur de l'un ou l'autre de ces points de vue [16].

Toujours est-il que c'est ainsi que nous les désignons de nos jours, ce mot étant associé à toute forme dont la géométrie obéit aux mêmes lignes, c'est-à-dire un pentaèdre avec quatre faces triangulaires et une base carrée. Cette métonymie nous a conduit tout naturellement à désigner par « pyramide » tout objet en possédant la forme. Cette remarque sémantique peut

---

[7] D'après le Centre National de Ressources Textuelles et Lexicales (cnrtl.fr).

[8] Nous mentionnerons les principales hypothèses mais nous ne jugeons pas utile de nous y étendre puisque tel n'est pas l'objectif de cet article. Nous orientons le lecteur vers J.-Ph. LAUER, *Histoire monumentale des pyramides d'Égypte* I, *BdE* 39, Le Caire, 1962, p. VII-X, et, plus récemment, J.-Cl. ROLAND, *Dix études de lexicologie arabe* (2e éd.), 2017, (هرم [haram] et πυραμίς [puramís]).

[9] Lire J.-Ph. LAUER, *Histoire monumentale*, p. X.

[10] P. CHANTRAINE, *Dictionnaire étymologique de la langue grecque*, Paris, 1968, p. 958.

[11] I. CAIAZZO, « La forme et les qualités des éléments : lectures médiévales du Timée », dans F. Celia, A. Ulacco (éd.), *Il Timeo. Esegesi greche, arabe, latine*, Pise, 2012, p. 308, 311, 333.

[12] HÉRODOTE, *Histoires*, [2,8], VIII.

[13] F. PEYRARD, *Les Œuvres d'Euclide* III, 1818, p. 140.

[14] K. LANG, « Die Etymologie des Wortes "Pyramide" », *Anthropos* 18/19, 1923-1924, p. 551-553.

[15] Les premiers à avoir soumis ce rapprochement sont Cantor et Eisenlohr (A. EISENLOHR, « Des mesures égyptiennes », dans *Transactions of the Second Session of the International Congress of Orientalists*, Londres, 1876, p. 288).

[16] I.E.S. EDWARDS, *Les pyramides d'Égypte* (éd. de 1992), Paris, p. 325.

paraître triviale à première vue, mais ce qui semble couler de source aujourd'hui ne fait pas obligatoirement sens au deuxième millénaire av. J.-C. On désignait alors la pyramide par le vocable *mr* (ou *mḥr* [17]) dont l'idéogramme représente une pyramide avec un mur d'enceinte en guise de socle ainsi qu'une pointe colorée pour figurer le pyramidion [18]. Ce mot n'était strictement utilisé que pour évoquer les pyramides funéraires. Et le papyrus Rhind ne fait pas exception. Celui-ci emploie un vocabulaire riche et varié pour décrire des figures très semblables qu'il nous est difficile de différencier. Plus tardivement, quelques papyri mathématiques démotiques du 3e ou 4e siècle avant notre ère évoquent divers problèmes traitant des pyramides en tant que monument avec le terme classique *mr* [19]. Autant qu'il nous est permis de juger, le terme *mr* est manifestement le seul qui désigne la sépulture pyramidale dans les problèmes mathématiques du Moyen Empire, et peut-être aussi aux époques postérieures.

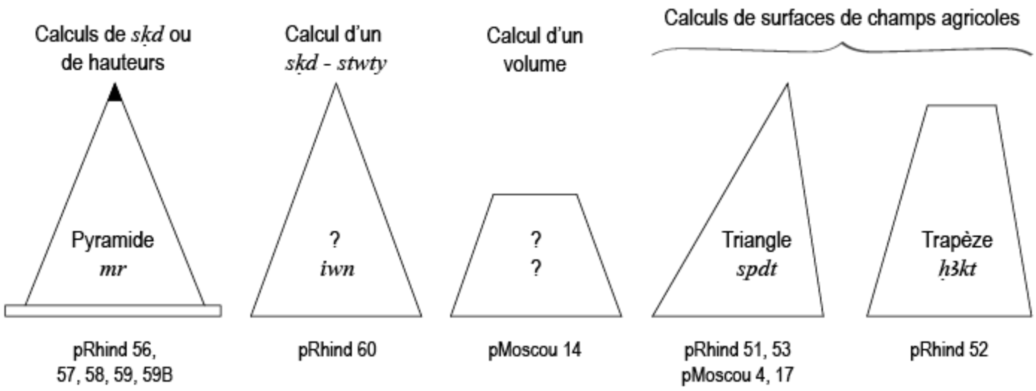


Fig. 1. Formes géométriques semblables représentées sur les papyri mathématiques du Moyen Empire, accompagnées de leur contexte et des termes associés.

La plupart des problèmes mathématiques centrés sur les pyramides proprement dites sont accompagnés d'énoncés et de figures illustratives dénuées d'ambiguïté. Il s'agit des problèmes pRhind numérotés de 56 à 59B qui tous se rapportent au calcul de leur hauteur [20] ou leur *seqed* [21] (*sḳd*), un écart à la verticale qui permet de contrôler ou définir l'inclinaison d'une paroi, et pour être encore plus précis : un écart horizontal relatif à une élévation d'une

[17] En se fondant sur une réévaluation du signe U23 en *mḥr*, par J.Fr. Quack (« Zum Lautwert von Gardiner Sign-List U23 », *LingAeg* 11, 2003, p. 113-116). Philippe Collombert (« […] = *(m)ḥr*, "pyramide" », *GM* 227, 2010, p. 17-22) a récemment proposé de corriger la lecture *mr* de ce vocable en *mḥr*. Les différentes graphies rencontrées peuvent s'expliquer selon lui en classant ce mot dans la catégorie des substantifs à préfixe *m*.

[18] M. LEHNER, *The Complete Pyramids*, Londres, 1997, p. 34. La première occurrence connue du mot accompagné de son déterminatif (sous une forme simplement triangulaire) remonte au règne de Snéfrou (A. FAKHRY, *The Monuments of Sneferu at Dahshur* II. *The Valley Temple* I, Le Caire, 1961, p. 157, fig. 234), époque à laquelle sont érigées les premières pyramides à faces lisses et triangulaires (Fr. MONNIER, *L'ère des géants. Une description détaillée des grandes pyramides d'Égypte*, Paris, 2017, p. 64-111).

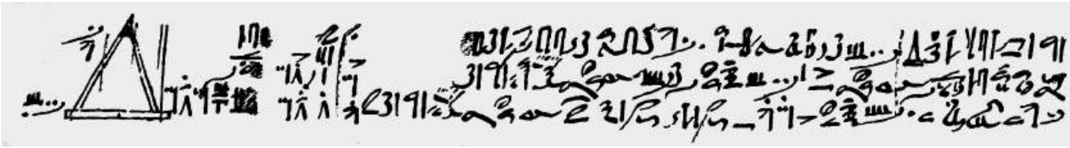
[19] Papyri du Musée du Caire du IIIe siècle av. J.-C. (R. PARKER, *Demotic Mathematical Papyri*, Londres, 1972, p. 3-4), DMP n° 39 (*op. cit.*, p. 51-52, pCaire JE 89127), DMP n° 40 (*op. cit.*, p. 52-53, verso pCaire JE 89141-43), et J.H. JONHSON, *Chicago Demotic Dictionnary*, Chicago, 2001 (https://oi.uchicago.edu/sites/oi.uchicago.edu/files/uploads/shared/docs/CDD_M.pdf [consulté le 31/07/2019]).

[20] Problèmes 56, 58, 59, 60 : A.B. CHACE *et al.*, *op. cit.*, pl. 78, 80-82.

[21] Problèmes 57, 59B : *ibid.*, pl. 79, 81.

coudée [22]. Il est toujours tentant de traduire un *seqed* en termes d'angle. Mais cette notion leur ayant été étrangère, ce serait au risque de mésinterpréter l'un des fondamentaux de la géométrie égyptienne, ainsi que sa méthode d'application.

– Énoncé du problème pRhind n° 56 [23] :



tp n(y) nỉs mr 360 m wḫꜣ-ṯbt 250 m pr-m-ws n.f ỉmy

dỉ.k rḫ.i sḳd.f ỉr.ḫr.k 1/2 n 360 ḫpr.ḫr.f m 180 ỉr.ḫr.k wꜣḥ-tp m

250 r gmt 180 ḫpr.ḫr 1/2 1/5 1/50 n mḥ ỉw mḥ pn (m) šsp 7 ỉr.ḫr.k wꜣḥ-tp m 7.

Méthode pour calculer une pyramide de 360 pour la base, de 250 pour sa hauteur intérieure. Fais-moi savoir son *seqed*. Alors tu calcules 1/2 de 360, il advient 180. Alors tu fais en sorte de multiplier 250 pour trouver 180. Il advient 1/2 1/5 1/50 en coudées, cette coudée étant égale à 7 paumes. Alors tu fais en sorte de multiplier par 7.

Autant que ces quelques documents nous permettent de juger, le *seqed* est toujours exprimé en paume. Ceci est sans doute dû au fait que son utilisation est circonscrite aux cas où l'écart à la verticale est faible, c'est-à-dire inférieur à une coudée (soit l'équivalent d'une inclinaison supérieure à 45°). Le résultat du problème pRhind n° 60 est certes exprimé en coudée, mais il s'agit d'un cas de figure particulier (voir ci-après).

Sylvia Couchoud voit dans ce vocable la forme causative du verbe *ḳd* (« construire ») [24]. Il signifierait ainsi « ce qui permet de construire (une pente) ». Marianne Michel, quant à elle, rappelle que *ḳd* se traduit aussi par « être », « nature », « caractère », rappelant avec raison que la graphie dans ce cas se rapproche davantage du *sḳd* [25]. Le *seqed* serait ainsi une caractéristique propre à la pyramide, l'inclinaison de ses faces, en somme ce qui définit sa silhouette.

Il est regrettable que le *seqed* et la hauteur soient les seuls sujets d'interrogation des exercices liés aux pyramides, et que les scribes ne se soient pas entrainés à d'autres calculs qui nous auraient permis d'entrevoir un peu plus la conception de ces monuments sur le papier. Ceux-ci nous fournissent toutefois deux mots du lexique pyramidal en contexte mathématique : *pr-m-ws* pour la hauteur et *wḫꜣ-ṯbt* pour la longueur des côtés de la base [26]. Un fait est peu souligné dans les études portant sur ces exercices : le terme *pr-m-ws* est systématiquement suivi de *n.f jmy*, que l'on peut traduire indifféremment par « intérieur » ou « à lui » [27]. Le problème pRhind n° 60 utilise cette même expression pour préciser que le résultat trouvé est équivalent à un *seqed* (*sḳd n.f jmy*) (voir ci-après). De toute évidence, elle sert à exprimer une

22 M. MICHEL, *op. cit.*, p. 409-411.
23 Reproduction de A.B. CHACE *et al.*, *op. cit.*, 1929, pl. 78 ; transcription et traduction de M. MICHEL, *op. cit.*, p. 412-414.
24 S. COUCHOUD, *Mathématiques égyptiennes*, Paris, 1993, p. 78.
25 M. MICHEL, *op. cit.*, p. 409.
26 *Ibid.*, p. 408.
27 *Ibid.*, p. 423 ; S. COUCHOUD, *op. cit.*, p. 83 ; L. MIATELLO, « Problem 60 of the Rhind Mathematical Papyrus: Glaring Errors or Correct Method? », *JARCE* 45, 2009, p. 154.

nuance, l'application d'un terme qui est ici détourné de sa fonction principale. *Pr-m-ws* aurait donc pu avoir un usage qui n'était pas restreint à la hauteur seule d'une pyramide.

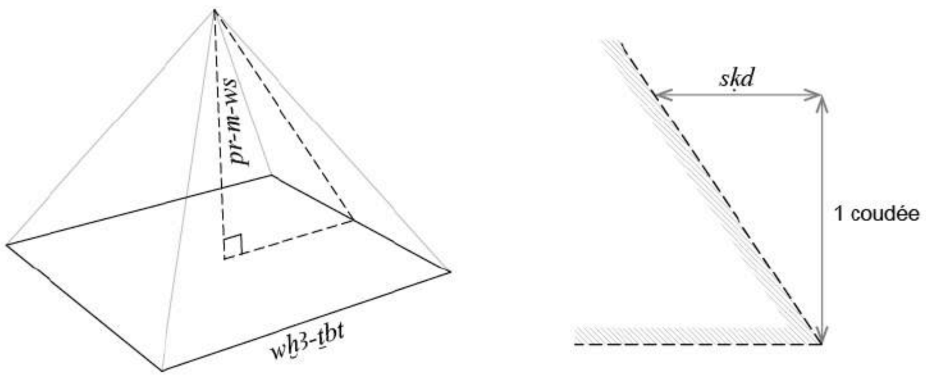
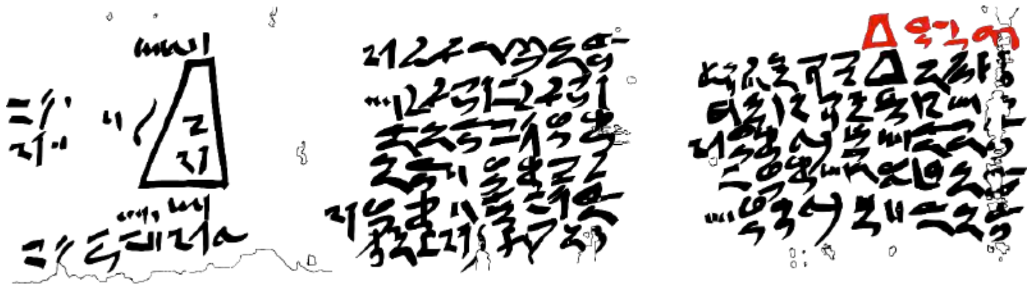


Fig. 2. Termes associés à la pyramide *mr* dans les problèmes Rhind n[os] 56-59 et 59B.

La « pyramide tronquée » du problème pMoscou n° 14

Deux problèmes mathématiques du Moyen Empire décrivent chacun un objet à forme pyramidale que rien ne semble rapprocher des sépultures. Dans ces deux cas, ceux-ci sont respectivement décrits comme étant un *ỉwn* [28] (pRhind n° 60) ou bien un ⏢ [29] (pMoscou n° 14). Ce dernier est un hapax dont la seule écriture pictographique O194 n'autorise aucune lecture certaine, mais qui désigne avec certitude une pyramide tronquée (au sens strictement géométrique) au regard des données de l'exercice [30].

– Énoncé du problème pMoscou n° 14 [31] :



[28] Les références au sujet du pRhind n° 60 seront données dans le paragraphe suivant.

[29] La littérature au sujet de ce problème est abondante. On lira particulièrement B. GUNN, T.E. PEET, « Four geometrical problems from the Moscow mathematical papyrus », *JEA* 15, 1929, p. 167-185, K. VOGEL, « The Truncated Pyramid in Egyptian Mathematics », *JEA* 16, 1930, p. 242-249, W.R. THOMAS, « Moscow Mathematical Papyrus, No. 14 », *JEA* 17, 1931, p. 50-52, Q. VETTER, « Problem 14 of the moscow Mathematical Papyrus », *JEA* 19, 1933, p. 16-18, R.J. GILLINGS, « The volume of a truncated pyramid in ancient Egyptian papyri », *The Mathematics teacher* 57, 1964, p. 552-555, M. MICHEL, *op. cit.*, p. 395-407, et enfin L. MIATELLO, « Inferring the Construction Process of two Geometric Algorithms », *GM* 256, 2018, p. 125-141.

[30] M. MICHEL, *op. cit.*, p. 395-399.

[31] Reproduction, transcription et traduction de Marianne Michel, *ibid.*, p. 396-398.

tp n(y) ỉrt (?)
mỉ ḏd n.k (?) n 6 n stwty
[r] 4 ḥr ḫry r 2 ḥr ḥry
[ỉr.ḫ]r.k ỉr.k 4 pn m sn, ḫpr.ḫr 16
Ỉr.ḫr.k ḳb.k 4, ḫpr.ḫr 8
Ỉr.ḫr.k ỉr.k 2 pn m sn, ḫpr-ḫr 4.
Ỉr.ḫr.k dmḏ.k pꜣ 16
ḥnꜥ pꜣ 8 ḥnꜥ pꜣ 4
ḫpr.ḫr 28 ỉr.hr.k ỉr.k
1/3 n 6, ḫpr-ḫr 2 ỉr.ḫr.k
Ỉr.k 28 sp 2, ḫpr.ḫr 56
Mk n(y) sw 56 gm.k nfr.

Méthode pour calculer un (?). Si on te dit un (?) de 6 de hauteur par 4 pour sa (base) inférieure et par 2 pour sa (base) supérieure. Alors tu fais en sorte d'élever ce 4 au carré, il advient 16. Alors tu fais en sorte de doubler 4, il advient 8. Alors tu fais en sorte d'élever ce 2 au carré, il advient 4.

Alors tu fais en sorte d'additionner ce 16 avec ce 8 et ce 4, il advient 28. Alors tu fais en sorte de calculer 1/3 de 6, il advient 2. Alors tu fais en sorte de calculer 28, 2 fois, il advient 56. Vois, il est de 56, tu as bien trouvé !

Le but du problème est de déterminer le volume d'un tronc de pyramide régulière, ce que le scribe parvient à faire parfaitement en appliquant une méthode exacte que l'on peut synthétiser par la formule [32] $h/3.(B^2 + B.b + b^2)$. Étant donné le contexte égyptien et les limites imposées par notre lexique pour qualifier l'objet en question, l'interprétation des commentateurs s'est parfois inconsciemment orientée pour faire de cette figure une structure funéraire en tout ou partie, ce que pourtant rien dans le texte ne permet d'envisager [33]. En effet, les dimensions associées à l'objet devraient écarter cette éventualité puisqu'elles sont très réduites : 6 coudées de haut, 4 coudées de côté à la base et 2 coudées de côté au sommet. Nous ne connaissons aucune structure en contexte funéraire qui affiche de telles mesures et une telle forme [34].

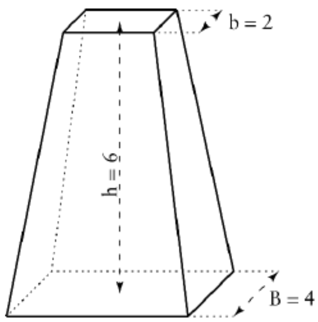


Fig. 3. Reconstitution de la structure décrite dans pMoscou n° 14 (d'après Marianne Michel, 2014, p. 400, fig. 112).

[32] *Loc. cit.* ; A. IMHAUSEN, *Ägyptische Algorithmen Eine Untersuchung zu den mitteläg yptischen mathematischen Aufgabentexten*, Wiesbaden, 2003, p. 88-89.

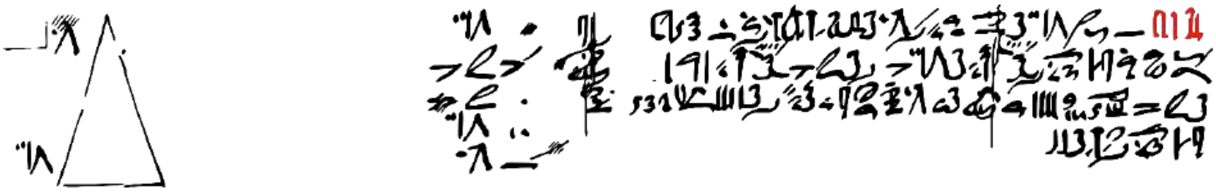
[33] L'attitude de Battiscombe Gunn en est une parfaite illustration à cet égard. En effet, ce dernier propose un mot dérivé de *mr* comme lecture possible du signe : *mr-ḳꜣk* (B. GUNN, T.E. PEET, *op. cit.*, p. 178). Luca Miatello suggère *ỉꜥ* (« tombe, mastaba ») (L. MIATELLO, « Inferring the Construction Process of two Geometric Algorithms », *GM* 256, 2018, p. 136 (n. 31). A. Imhausen (*Mathematics in Ancient Egypt. A Contextual History*, Princeton, 2016, p. 112) range aussi ce problème dans le groupe des problèmes architecturaux liés aux pyramides, de même que R.J. Gillings (*Mathematics in the Time of the Pharaohs*, New York, 1972, p. 187).

[34] Aucune pyramide provinciale ni « privée » non plus.

La finalité du problème est de trouver un volume ; le résultat l'atteste. Des exercices du papyrus Rhind ont le même objectif, en plus d'offrir la quantité équivalente en grains. Il s'agit par exemple du problème n° 44 qui détaille la méthode de calcul du volume d'un grenier [35] (*šꜣʿ*). Le terme *šꜣʿ* est alors suivi du terme *ỉfd* (« rectangulaire, carré ») et du pictogramme rectangulaire en guise de déterminatif pour spécifier la géométrie du solide. Ceux-ci sont introduits par la formule *tp n(y) ỉst šꜣʿ ỉfd* (« Méthode de calcul d'un grenier rectangulaire »). Il est implicite qu'il faille calculer le volume du grenier. Les problèmes nos 45-46 n'évoquent qu'un grenier sans en préciser la forme, mais les données traduisent également des greniers parallélépipédiques [36]. Le problème pMoscou n°14 procède du même principe. Le titre d'introduction est plus laconique mais le pictogramme, en plus d'être un indicateur de sa géométrie et donc de la « formule » à appliquer, semble être seul en mesure de faire comprendre au scribe que c'est son volume qui intéresse en premier lieu. Il nous paraît donc logique de rapprocher cet objet d'un contenant au sens général du terme, tel qu'un silo ou un grenier. À cet égard, il n'est pas anodin de rappeler l'idéogramme O51B des greniers et silos dont la forme se rapproche nettement de celui du problème pMoscou n° 14 : . Pour terminer, et c'est sans doute le point le plus important, ce problème figure sur le papyrus au sein d'une série d'exercices en lien avec des calculs d'aires, de *pefsou* et de volumes de grains [37]. Aucun ne fait allusion à des pyramides en tant que monument, puisque seul le blé et son utilisation importent ici. Il paraît donc tout naturel de privilégier le volume d'un grenier.

Le *ỉwn* du problème pRhind n° 60

– Énoncé du problème pRhind n° 60 [38] :



ỉwn n mḥ 15 m snṯt.f 30 m kꜣy.f-n(y)-ḥrw

dỉ.k rḫ.i sḳd.f wꜣḥ m 15 1/2.f m 7 1/2 wꜣḥ-tp

m 7 1/2 spw 4 r gmt 30 ḫpr.ḫr stwty.f m 4 pꜣ pw

sḳd n.f ỉmy.

Soit un *ỉwn* de 15 coudées pour sa base, de 30 pour sa hauteur. Fais-moi savoir son *seqed*. Prends 15, sa moitié égale 7 1/2. Multiplie 7 1/2 par 4 pour trouver 30. Il advient son *setouty*, égal à 4. C'est cela, son *seqed* intérieur.

Le point le plus mystérieux de ce problème est sans doute l'objet étudié, puisqu'il n'est plus fait allusion à une pyramide *mr*, mais à un *ỉwn* . D'une manière générale, ce terme sert à

[35] A.B. CHACE *et al.*, *op. cit.*, pl. 66.
[36] *Ibid.*, pl. 67-68.
[37] M. MICHEL, *op. cit.*, p. 40-42.
[38] Reproduction, transcription et traduction dans *ibid.*, *op. cit.*, p. 421-423.

désigner un pilier ou une colonne [39]. Mais on le retrouve également pour évoquer le fût d'un obélisque dans le papyrus Anastasi I [40] (pBM 10247), ou même une tour de siège sur la stèle de Piankhy [41]. Son usage se serait donc étendu à toute structure verticale et élancée, dont la fonction était principalement de soutenir quelque chose. L'exercice est accompagné de la figure d'un triangle qui rappelle fortement les pyramides représentées dans les problèmes 56 à 59B, mais l'illustration est dénuée du pyramidion et du socle, éléments si caractéristiques d'une pyramide funéraire [42]. Les dimensions (30 coudées en hauteur et 15 coudées à la base) sont toutefois assez importantes pour penser qu'il s'agisse d'une construction à part entière. Le déterminatif O1 de la liste de Gardiner est d'ailleurs là pour le confirmer. Le vocabulaire employé pour spécifier la longueur de la base et la hauteur est aussi différent, respectivement *snṯt* (« fondation, plan » [43]) et *ḳꜣy-n(y)-ḥrw* (« hauteur de la partie supérieure » [44]).

Annette Imhausen y voit une pyramide tronquée ou un cône tronqué [45]. Suivant cet ordre d'idée, Luca Miatello a par la suite proposé de traduire ce « pilier » par le tronc central d'une pyramide à degrés, et plus particulièrement d'une pyramide à degrés dite « provinciale » [46], type d'édifice bâti le long de la vallée du Nil entre la fin de la III^e^ et le début de la IV^e^ dynastie [47]. Marianne Michel s'est ralliée à ce point de vue, en le nuançant cependant, puisqu'elle opte plutôt pour une identification aux structures internes, elles aussi à degrés, des pyramides des V^e^ et VI^e^ dynasties [48].

L'hypothèse de Miatello et les arguments qu'il avance nous semblent solides. Les dimensions de l'ouvrage sont en effet similaires à celles des pyramides provinciales. L'une d'entre elles d'ailleurs, la pyramide de Sinki, correspond très bien au schéma de l'exercice [49] (voir ci-après). Pour étayer son hypothèse, Miatello rappelle avec raison que *ỉwn* peut aussi être lu « tas, pile de » [50]. On trouve en effet ce terme dans le papyrus Harris avec le sens de « pile de cadavres » [51]. Ajoutons que l'on trouve cette même expression évoquée au moyen du terme *mr* (« pyramide ») dans la campagne libyque de Ramsès III [52], ce qui laisse entendre que ces deux termes pouvaient à l'occasion avoir une valeur assez proche.

Il apparait donc qu'une pyramide et un *ỉwn* dans ce contexte puissent relever du même type d'architecture. Le problème n° 60 figure d'ailleurs bien dans la section des problèmes relatifs

---

[39] *Wb* I, 53, 10 ; P. SPENCER, *The Egyptian Temple. A Lexicographical Study*, Londres, Boston, Melbourne, 1984, p. 232-233.
[40] A.H. GARDINER, *Egyptian Hieratic Texts* I. *Papyrus Anastasi I*, Leipzig, 1911, p. 33-34.
[41] N. GRIMAL, *Études sur la propagande royale égyptienne* II. *Quatre stèles napatéennes au Musée du Caire JE 48863 - 48866*, Le Caire, 1981, p. 48, 236 et n. 119 ; Fr. MONNIER, « Les techniques de siège décrites dans la documentation égyptienne » (à paraître).
[42] T.E. PEET, *The Rhind Mathematical Papyrus,* p. 101.
[43] *Wb* IV, 179, 10-11.
[44] S. COUCHOUD, *op. cit.*, p. 84.
[45] A. IMHAUSEN, *Ägyptische Algorithmen Eine Untersuchung zu den mittelägyptischen mathematischen Aufgabentexten*, Wiesbaden, 2003, p. 164.
[46] L. MIATELLO, « Problem 60 of the Rhind Mathematical Papyrus: Glaring Errors or Correct Method? », *JARCE* 45, 2009, p. 153-158.
[47] Fr. MONNIER, *L'ère des géants. Une description détaillée des grandes pyramides d'Égypte*, Paris, 2017, p. 58-61.
[48] M. MICHEL, *op. cit.*, p. 427-428.
[49] N. SWELIM, « The reconstructions of the Layer Monument Sinki », dans F. Raffaele, M. Nuzzolo, I. Incordino (éd.) *Recent Discoveries and Latest Researches in Egyptology. Proceedings of the First Neapolitan Congress of Egyptology, Naples, June 18th - 20th 2008*, Wiesbaden, 2010, p. 313-330.
[50] L. MIATELLO, « Problem 60 of the Rhind Mathematical Papyrus: Glaring Errors or Correct Method? », p. 155.
[51] P. GRANDET, *Le papyrus Harris I*, *BdE* 129, Le Caire, 1999, p. 337, n. 927.
[52] K*RI* V, 42, 2. Voir aussi K*RI* V, 33, 10.

aux pyramides [53]. Tout indique qu'il est question d'un tronc central de petites pyramides à degrés. Cependant, la figure qui accompagne l'exercice est triangulaire, et non tronquée comme on serait en droit de l'attendre. Sans doute alors a-t-on affaire ici à une géométrisation, une abstraction du problème en vue de pouvoir y répondre. Les données ainsi exposées permettent de déterminer le *seqed* recherché, ce qu'une figure tronquée rendrait beaucoup plus difficile (voir ci-après).

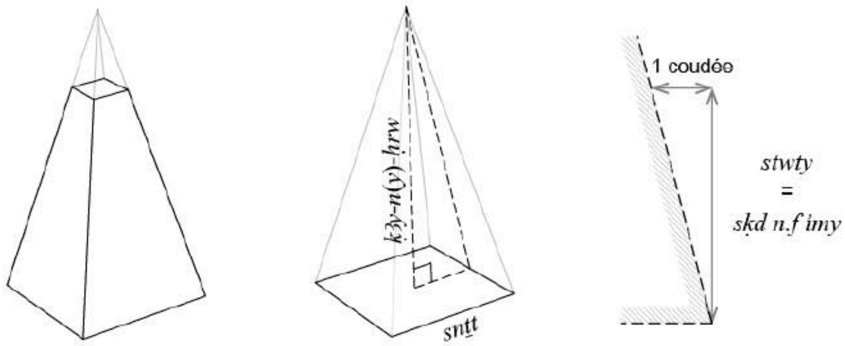


Fig. 4. Reconstitution proposée de la structure décrite dans pRhind n° 60, et illustration des termes associés.

Si les problèmes pRhind 56 à 59B ne posent globalement aucun problème de compréhension, il en est autrement pour le n° 60 [54]. À l'instar des premiers, l'exercice consiste à déterminer une sorte de *seqed*. Outre la nature de l'édifice étudié, l'attention des commentateurs s'est surtout focalisée sur ce calcul, dont les modalités et la solution diffèrent de celles des problèmes 56 à 59B. La plupart estimaient tout d'abord que le papyrus contenait une erreur et que les données avaient été inversées malencontreusement par le scribe copiste [55]. Mais Sylvia Couchoud est parvenue à dénouer les fils de cette arithmétique en identifiant que, cette fois, c'est un écart par rapport à l'horizontale qui est recherché et non pas par rapport à la verticale [56] ; pour être plus précis : un écart vertical relatif à un décalage horizontal d'une coudée. Le scribe évoque alors un *setouty* (*stwty*), qui est comparé à un *seqed* avec la formule *sḳd n.f ỉmy* (« *seqed* intérieur » ou « *seqed* correspondant »). Ce *setouty* est alors égal à 4 coudées, ce qui revient à exprimer un angle proche de 76° dans notre propre langage mathématique. C'est une pente très élevée si on la compare aux pyramides à faces lisses, mais elle correspond bien aux standards des pyramides à degrés, funéraires ou provinciales [57]. Si le *seqed* avait été utilisé de manière classique dans ce problème, le scribe serait parvenu au résultat inverse, 1/4, qu'il aurait été obligé d'exprimer sous la forme 1 1/2 1/4 palme, ce qui

[53] M. MICHEL, *op. cit.*, p. 26.
[54] *Ibid.*, p. 421-428.
[55] L. BORCHARDT, « Die Darstellung innen verzierter Schalen auf ägyptischen Denkmälern », *ZÄS* 31, 1893, p. 9, H. SCHACK-SCHACKENBURG, « Nr. 60 des Mathematischen Handbuchs », *ZÄS* 41, 1904, p. 77-78, O. NEUGEBAUER, « Die Geometrie der ägyptischen mathematischen Texte », dans O. Neugebauer, J. Stenzel, O. Toeplitz (éd.), *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik Astronomie und Physik Abteilung B: Studien* I, Berlin, 1931, p. 437, et F. VON CALICE, « Zur Böschungsbestimmung im Papyrus Rhind », *ZÄS* 40, 1903, p. 147.
[56] S. COUCHOUD, *op. cit.*, p. 82-84.
[57] Fr. MONNIER, *op. cit.*, p. 58-61.

représente une mesure extrêmement difficile à mettre en pratique [58]. C'est certainement la raison pour laquelle la référence est ici prise par rapport à l'horizontale.

Marianne Michel estime que le *setouty* a pu être mis en pratique pour des inclinaisons équivalentes supérieures à 75° environ [59]. Il est en effet légitime de se demander dans quels cas ils trouvaient plus commode d'employer le *setouty* ou le *seqed*, quelle était la limite qui imposait de privilégier l'un au détriment de l'autre et enfin quelles données permettaient de la définir.

Luca Miatello, tout en reconnaissant qu'aucune erreur de copie n'entachait cet exercice, prit le contrepied du point de vue exprimé par Sylvia Couchoud en tentant de démontrer que le résultat était un *seqed* des plus conventionnels, la confusion provenant, selon lui, d'une mauvaise traduction du lexique employé [60]. Le *seqed* n'aurait pas vocation ici à décrire l'inclinaison de la face du tronc central de la pyramide, mais plutôt celle des assises inclinées de l'édifice, toutes perpendiculaires aux faces dans l'architecture de la III^e^ et du début de la IV^e^ dynastie [61]. Le *seqed* serait bien alors un écart horizontal égal à 4 coudées.

Bien qu'a priori séduisante et cohérente du point de vue philologique, cette hypothèse s'appuie sur un état de l'archéologie imprécis et sur le postulat gênant d'un énoncé qui ne fait aucune allusion à ces assises de construction. En ce qui concerne le premier point, il est vrai que les assises des tranches construites en lits déversés sont toutes perpendiculaires aux faces extérieures dans ce type d'ouvrages [62]. Toutefois, le tronc central obéit, lui, à un principe global légèrement différent. En effet, si, au droit des parois extérieures, les assises sont bien perpendiculaires, la ligne suivie par leur lit, d'une face à la face opposée, est courbe et concave. Ce fait est très rarement évoqué dans la littérature [63], mais il est patent et observable au tombeau sud du complexe de Djoser [64] [fig. 5], à la pyramide à tranches de Zawiyet el-Aryan [65], ainsi qu'à la pyramide d'el-Kolah [66]. De fait, vouloir définir un *seqed* unique pour contrôler l'inclinaison des lits de pierres d'un tronc central n'aurait aucun intérêt pratique, puisque celle-ci varie d'un bout à l'autre de l'assise. En outre, d'un point de vue pédagogique, l'élève n'aurait pu saisir qu'il faille déterminer le *seqed* d'une assise dont la technique de construction était abandonnée depuis près d'un millénaire sans que celle-ci ne fût, ni mentionnée, ni illustrée sur le papyrus. En prenant en considération tous ces éléments, ce point de vue précis nous semble fragile.

[58] F. VON CALICE, *op. cit.*, p. 147.
[59] M. MICHEL, *op. cit.*, p. 424.
[60] L. MIATELLO, « Problem 60 of the Rhind Mathematical Papyrus: Glaring Errors or Correct Method? », p. 156-157.
[61] J.-Ph. LAUER, *Histoire monumentale*, p. 264-265.
[62] *Loc. cit.*
[63] J.-Ph. Lauer (*Fouilles à Saqqara. La pyramide à degrés* I et II, Le Caire, 1936, p. 213) est le seul à notre connaissance à avoir évoqué ce détail.
[64] *Loc. cit.*.
[65] Observation personnelle.
[66] Fr. MONNIER, *op. cit.*, p. 60, fig. 6.04.

Fig. 5. Construction en lits déversés et concaves au tombeau sud du complexe de Djoser à Saqqara (photo Franck Monnier).

Les problèmes mathématiques à travers le prisme de l'archéologie

Au vu de la datation du papyrus Rhind, nous pourrions mettre en doute l'aspect pratique des problèmes. Ils ne sauraient en effet représenter des monuments contemporains dont les mesures et les proportions diffèrent nettement. Et pour cette raison, ce document pourrait n'être qu'un simple « jeu » mathématique.

Le papyrus Rhind est certes comparable à un cahier d'exercices d'écolier. Mais quel qu'en soit le degré d'expertise, il est évident que les principes et techniques de calculs enseignés ici constituaient des bases fondamentales que l'on pouvait éventuellement enrichir et compléter pour répondre à des situations plus complexes. Ainsi, enseigne-t-on à nos collégiens actuels les principes élémentaires de la géométrie avec le théorème de Pythagore, le théorème de Thalès ou encore la trigonométrie. Tout ceci constitue un socle que tout architecte, ingénieur ou mathématicien exploite constamment dans des domaines bien plus vastes que leur champ d'application initial.

On ne peut raisonnablement douter que le *seqed* ait effectivement été employé de tout temps pour définir ou contrôler l'inclinaison des faces d'une pyramide. Le papyrus Rhind, avec cette seule notion, ne nous offre malheureusement qu'un bien maigre aperçu du bagage mathématique dont disposaient les scribes et directeurs de travaux. Aussi, il va sans dire qu'il devait être plus vaste. Le problème n° 14 du papyrus de Moscou n'a certainement aucun lien avec les pyramides proprement dites (voir ci-dessus). Mais il démontre incontestablement que les Égyptiens étaient capables de calculer des volumes relativement complexes (tel celui d'une pyramide tronquée), nécessaires et indispensables à la logistique liée à l'approvisionnement en matériaux.

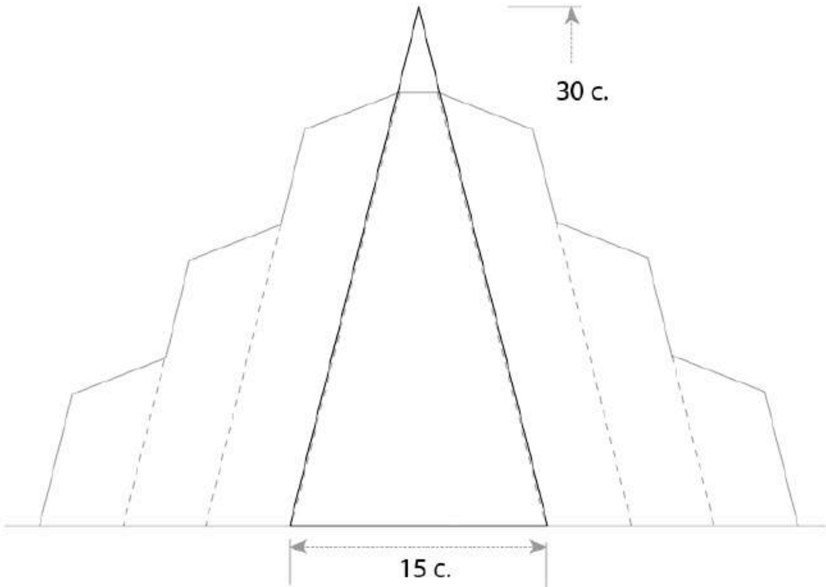


Fig. 6. Superposition de la figure décrite dans le problème pRhind n° 60 avec le tronc central de la pyramide provinciale de Sinki.

Les données du papyrus Rhind ne rappellent en rien des monuments du Moyen Empire ou de la Deuxième Période Intermédiaire. Elles ont davantage à voir avec des pyramides de l'Ancien Empire. Le problème n° 60, nous l'avons vu, pourrait bien évoquer un tronc central de pyramide à degrés, et plus particulièrement d'une pyramide dite « provinciale ». Celui de la pyramide de Sinki affiche des dimensions identiques [67].

Pourquoi alors évoquer un type d'édifice auquel on a renoncé depuis fort longtemps ? Simplement selon nous parce qu'il permet à l'élève de s'exercer à un calcul d'inclinaison qui trouve toujours une application pratique, non seulement aux pyramides, mais peut-être aussi aux rampes de construction. Le papyrus Anastasi I (pBM 10247), rédigé aux alentours de 1200 av. J.-C., reproduit d'ailleurs un problème relatif à la construction d'une rampe monumentale [68], dont les dimensions indiquent que le fruit des faces talutées est égal à 76°, ce qui équivaut à un *seqed* de 1/4 coudée identique à celui du problème pRhind n° 60. Aucun calcul relatif à cette caractéristique n'est toutefois indiqué puisque tel n'est pas le but de l'exercice. Le scribe a pris par contre le soin d'exprimer le décalage total par rapport à l'aplomb des talus avec le terme *ỉsp*. Celui-ci vaut 15 coudées [69]. Sur ce même papyrus, un autre problème donne les dimensions d'un obélisque afin de déterminer le nombre d'ouvriers nécessaires à sa traction. Là aussi, le terme *ỉsp* est employé afin de donner le fruit du gigantesque monolithe [70]. Il est égal à 1 coudée et 1 doigt pour une longueur totale du fût de 110 coudées. Il va sans dire que l'emploi d'un *seked*, alors égal à 0,07 paume, est inapplicable à de telles proportions [71]. Il semble donc que les Égyptiens aient disposé d'un panel assez varié d'outils descriptifs pour définir une inclinaison, et ce, pour répondre de la manière la plus appropriée possible à toutes les éventualités. Le *setouty* en faisait sans doute partie.

[67] N. SWELIM, *loc. cit*.
[68] A.H. GARDINER, *op. cit.*, p. 31-33.
[69] *Loc. cit.* ; M. MICHEL, *op. cit.*, p. 429-430.
[70] A.H. GARDINER, *op. cit.*, p. 17-18.
[71] M. MICHEL, *op. cit.*, p. 431.

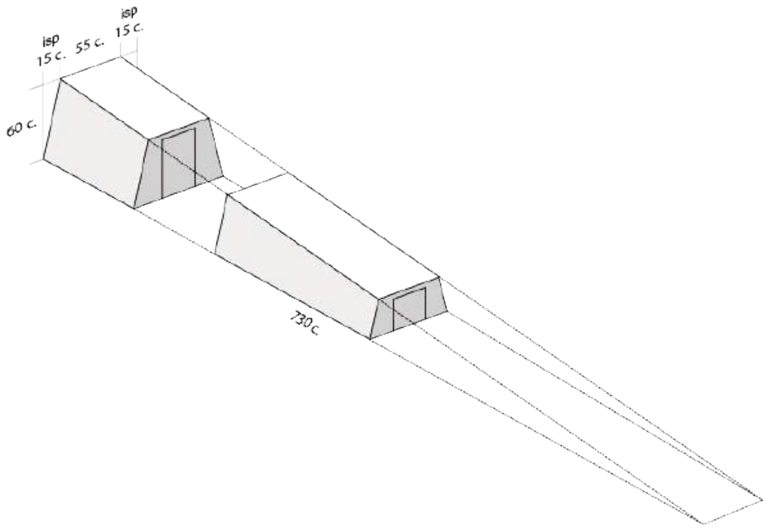


Fig. 7. Reconstitution de la rampe décrite dans le papyrus Anastasi I (pBM 10247). Le terme *ỉsp* et la valeur de 15 coudées indiquent l'écart qui caractérise le fruit des talus.

Le problème n° 56 mentionne les valeurs d'une très grande pyramide, remarquablement proches de celles de la pyramide rhomboïdale de Dahchour-Sud lorsque la construction n'en était qu'à son second stade [72]. On est en droit d'y voir une simple coïncidence. Mais les dimensions hors normes et l'inclinaison des faces quasi-identiques soulèvent un doute très raisonnable. Les données des problèmes 57 et 58 sont quant à elles rigoureusement identiques aux dimensions de la pyramide d'Ouserkaf à Saqqara[73]. Celles des problèmes 59 et 59B décrivent de petites structures dont seules quelques pyramides satellites de reines du complexe de Pépi Ier à Saqqara offrent actuellement des points de comparaison, et particulièrement celles des complexes des reines Inének-Inti et Ânkhnespépy I [74]. Leur base est exactement de 12 coudées de côté, mais la hauteur de 12 coudées également diverge nettement de l'exercice.

Ces mises en parallèles n'ont pas vocation de preuves irréfutables. Mais elles indiquent un lien probable entre l'architecture de l'Ancien Empire et les problèmes mathématiques de la fin du Moyen Empire, là où aucun monument de cette dernière période n'offre de comparaison possible. Est-ce à dire que tout ceci a été rédigé plusieurs siècles plut tôt, comme d'aucuns l'affirment [75] ? C'est tout à fait possible.

On pourrait aussi penser que les monuments érigés par les glorieux ancêtres aient constitué une source d'inspiration pour les scribes qui devaient enseigner des notions toujours en

[72] F. MONNIER, A. PUCHKOV, « The Construction Phases of the Bent Pyramid at Dahshur. A Reassessment », *ENiM* 6, 2016, p. 29, fig. 13.
[73] J.-Ph. LAUER, *Le mystère des pyramides*, Paris, 1988, p. 258.
[74] Nous remercions chaleureusement Xavier Hénaff de nous avoir communiqué cette information tirée de son article en cours de publication : « Les pyramides satellites des complexes funéraires des reines de l'Ancien Empire. Bilan des recherches et nouvelles perspectives ».
[75] G. ROBINS, C. SHUTE, *The Rhind Mathematical Papyrus. An Ancient Egyptian Text*, Londres, 1987, p. 58.

usage [76]. Mais les informations relatives à une pyramide ressemblant trait pour trait à la rhomboïdale durant un stade de construction interrompu a de quoi surprendre, de même que celles d'un tronc central de pyramide à degrés, complètement occulté par la maçonnerie alentour. À moins qu'il s'agisse de coïncidences heureuses, ces cas précis pourraient au contraire révéler l'existence d'une source documentaire qui perdura plusieurs siècles, une source dont aucune trace n'a été mise au jour.

Problème	**Dimensions du monument**	**Possible association**
pRhind n° 56	Côtés : 360 coudées Hauteur : 250 coudées *Seqed* : 5 1/25 paumes (~54° 15')	Pyramide rhomboïdale ? (2^{e} stade de construction, IV^{e} dynastie) (côtés long de 360 coudées [77], inclinaison des faces : 54°30' - 55°)
pRhind n^{os} 57-58	Côtés : 140 coudées Hauteur : 93 1/3 coudées *Seqed* : 5 1/4 paumes	Pyramide d'Ouserkaf (V^{e} dynastie) (Dimensions et proportions identiques)
pRhind n^{os} 59-59B	Côtés : 12 coudées Hauteur : 8 coudées *Seqed* : 5 1/4 paumes	Pyramides satellites de complexes de reines De la VI^{e} dynastie ?
pRhind n° 60	Côtés : 15 coudées Hauteur : 30 coudées *Setouty* : 4 coudées	Tronc central de la pyramide de Sinki (III^{e} dynastie) (Côtés et inclinaison identiques Hauteur ~ 25 coudées)

[76] En effet, l'époque du papyrus vit s'élever les dernières pyramides royales égyptiennes.
[77] Jusqu'à présent, les relevés les plus précis indiquaient que les côtés étaient longs de 362 coudées (J. DORNER, « Form und Ausmasse der Knickpyramide. Neue Beobachtungen und Messungen », *MDAIK* 42, 1986, p. 54). Mais une récente campagne de mesures entreprise par Felix Arnold a conduit à réviser cette valeur à 360 coudées (communication personnelle de Felix Arnold que nous remercions chaleureusement).

Résumé :

Le papyrus Rhind place les pyramides au centre de quelques problèmes en lien avec des calculs de *seqed* et de hauteur. Deux autres énoncés, les problèmes pRhind nº 60 et pMoscou nº 14, ont été maintes fois mis en parallèle avec ces derniers et commentés en raison des difficultés d'interprétation qu'ils suscitent. La terminologie employée, le contexte des exercices, mais aussi l'état de l'archéologie peuvent permettre d'identifier les constructions décrites. L'architecture autorise également quelques comparaisons significatives qui amènent à nous interroger sur l'une des sources d'inspiration des papyri mathématiques du Moyen Empire.

Abstract:

The Rhind mathematical papyrus incorporates a small group of problems focusing on pyramids and demonstrating how to calculate their seked side slopes and heights. Two other problems, pRhind 60 and pMoscow 14, have been discussed extensively in conjunction with the former problems due to the interpretive challenges they pose. The terminology they use and the context of the exercises mean that archaeology and philology can potentially provide information aiding understanding of the buildings described. Architecture uncovered in excavations may represent structures that inspired the problems outlined in the Middle Kingdom mathematical papyri, and the different classes of evidence are compared here.

ENiM – Une revue d'égyptologie sur internet.
http://www.enim-egyptologie.fr

ISSN 2102-6629